Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Mats Aigner

Kurskod: TATA77
Provkod: TEN1

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2015-01-10 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel, förutom *Formelsamling för Fourieranalys*, MAI.

Lösningarna ska vara fullständiga och välmotiverade.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Bestäm fourierserien för den funktion u som ges av $u(t) = \sin t$ då $0 \leq t < \pi/2$ och som har period $\pi/2$. Rita även grafen för fourierseriens summa, åtminstone i intervallet $[-\pi/2, \pi]$.

2. För ett LTI-system S gäller att $y'' + 4y' + 3y = x''' + x'$ då $y = Sx$. Bestäm alla impulssvar som systemet S kan ha.

3. (a) Sätt $u(t) = 1 - t^2$ då $0 \leq t < 1$ och $u(t) = 0$ då $t < 0$ eller $t \geq 1$. Bestäm andraderivatan u'' av u i distributionsmening. (1p)
   (b) Bestäm alla lösningar $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ till ekvationen $tu' + u = 1$. (1p)
   (c) Förenkla distributionen $\delta'(3t - 6)$. (1p)

4. Sätt $u(t) = (1-|t|)^2$ då $|t| \leq 1$ och $u(t) = 0$ då $|t| > 1$. Bestäm fouriertransformen av u och använd resultatet för att bestämma värdet av integralen
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega - \sin\omega)^2}{\omega^6}\, d\omega.$$

5. Bestäm den funktion $u\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{C}$ som har z-transform
$$\hat{u}(z) = \frac{z^3}{(z-1)^2(z-2)}, \quad 1 < |z| < 2.$$

6. Låt $u(t) = \sin n$ då $n \leq t < n+1$, för $n = 0, 1, 2, \ldots$, och låt $u(t) = 0$ då $t < 0$. Bestäm laplacetransformen av u.

7. Antag att $u\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ är en kontinuerlig funktion och att $u(t) = 1/t + \mathcal{O}(1/t^2)$ då $t \to \pm\infty$. Visa att u:s fouriertransform ges av en funktion som är kontinuerlig förutom en språngdiskontinuitet i origo, och bestäm $\hat{u}(0+) - \hat{u}(0-)$.

Lycka till!