

Tentamen i TATA76 Flervariabelanalys

2018-08-24 kl 8–13

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas).

Varje uppgift bedöms med 0–3 poäng. För betyget n räcker n godkända uppgifter, d v s uppgifter bedömda med minst 2 poäng, samt totalt $3n - 1$ poäng där $n = 3, 4, 5$.

För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar som är förenklat så långt det är möjligt.

Lycka till!

- 1) D är den begränsade mängd i första kvadranten som begränsas av kurvorna $x = \sqrt{y}$, $x = \sqrt[3]{y}$. Beräkna $\iint_D e^{-y/x} dx dy$.
- 2) Finn alla $z(x, y) \in C^1$ som uppfyller $2xz'_x - yz'_y = xy + 2y^2$ för $y > 0$, t ex genom att byta till variablerna $u = y$ och $v = xy^2$. Bestäm också speciellt den/de lösningar som uppfyller $z'_x(x, 2) = 8x$.
- 3) Beräkna $\iint_D xy^2 dx dy$ om D ges av $3x^2 + y^2 \leq 4$, $x + y \geq 0$, $x \geq 0$.
- 4a) Bevisa att $f'_x(a, b)$ existerar om f är differentierbar i (a, b) .
- 4b) Beräkna $f'_v(0, 0)$ om \bar{v} bildar vinkeln $\pi/4$ med både positiva y -axeln och negativa x -axeln och $f(x, y) = (1 + 2x) \ln(3 + 4x - 5y)$.
- 4c) Sätt $f(x, y) = (\sin x + \cos x)(\sin y + \cos y)$. Ange en envariabelfunktion $g(t)$ sådan att $f(x, y) = g(x + y)$, alternativt bevisa att det inte finns någon sådan funktion.
- 5) Beräkna volymen av mängden D given av $(x^2 + y^2)^2 \leq z^2 \leq 6 - x^2 - y^2$, $z \geq 0$.
- 6) Finn alla tangentplan Π till $S : x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 10$ som innehåller linjen $L : (x, y, z) = (0, -2, -1) + t(2, 1, -1)$.
- 7) D är en rätvinklig triangel med area A . Låt $d(x, y)$ vara avståndet från (x, y) till hörnet med den räta vinkeln i D . Bestäm alla värden som $\iint_D d(x, y)^2 dx dy$ kan anta.