

## Tentamen i TATA76 Flervariabelanalys

2018-06-08 kl 14–19

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas).

Varje uppgift bedöms med 0–3 poäng. För betyget  $n$  räcker  $n$  godkända uppgifter, d v s uppgifter bedömda med minst 2 poäng, samt totalt  $3n - 1$  poäng där  $n = 3, 4, 5$ .

För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar som är förenklat så långt det är möjligt.

**Lycka till!**

- 1) Beräkna  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$  om  $D$  är parallelogrammen med hörn i  $(0, 0)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(4, 2)$  och  $(3, 3)$ .
- 2) Låt  $f(x, y) = 9xy^2$ . Finn alla tangentlinjer till kurvan  $\Gamma : f(x, y) = 4$  som innehåller punkten  $(0, \sqrt{3})$ . Beräkna också riktningsderivatan av  $f$  i riktning mot origo i de punkter där ovanstående linjer tangerar  $\Gamma$ .
- 3) Beräkna  $\iiint_D x^2 dx dy dz$  där  $D$  är den del av övre halvan av klotet med centrum i origo och radie 2 där  $|y| \leq x$ .
- 4a) Rita nivåkurvorna svarande mot  $C = 0, \pm \ln 2, \pm 2 \ln 2$  till  $f(x, y) = 2 \ln x - \ln(1 - y^2)$ . Beskriv också kurvorna i ord.
- 4b) Beräkna (om möjligt)  $f'_y(0, 0)$  om  $f(x, y) = \frac{(x - y^2)(3 + y + 2y^2)}{x^2 + 3y^2}$ ,  $(x, y) \neq (0, 0)$  och  $f(0, 0) = -1$ .
- 5) Beräkna  $\iint_D |x + y^2| dx dy$  om  $D$  ges av  $|x|, |y| \leq 1$ .
- 6) Finn alla  $z(x, y) \in \mathcal{C}^2$  så att  $x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 4x^3 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2(1 + 8xy)$ ,  $x > 0$ , t ex med variabelbytet  $u = x^2 + y$ ,  $v = y$ .  
Finn också den/de lösningar som uppfyller både  $z(x, 0) = x^3$  och  $z'_x(x, x^2) = 2xz'_y(x, x^2)$ .
- 7) Låt  $(a, b) \in \mathbf{R}^2$  och låt  $f, g \in \mathcal{C}^1$  uppfylla  $f(a, b) \neq 0$ ,  $g(a, b) \neq 0$ . För varje  $u(x, y)$  som löser  $\begin{cases} u'_x + f(x, y)u = 0 \\ u'_y + g(x, y)u = 0 \end{cases}$ , låt  $\Pi$  vara tangentplanet till ytan  $S : z = u(x, y)$  i punkten  $(a, b, u(a, b))$ . Ange en punkt som ligger i alla dessa tangentplan, alternativt bevisa att det inte finns någon sådan punkt.