

Tentamen i TATA76 Flervariabelanalys

2016-03-16 kl 14–19

Varje uppgift bedöms med 0–3 poäng. För betyget n räcker n godkända uppgifter, dvs uppgifter bedömda med minst 2 poäng, samt totalt $3n - 1$ poäng där $n = 3, 4, 5$.

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa. För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar som är förenklat så långt det är möjligt.

Lycka till!

1) Beräkna $\iiint_D y \, dx dy dz$ om $D = \{(x, y, z); 0 \leq x + y \leq x - y \leq 3x + y + z \leq 1\}$.

2) Finn alla lösningar $u = u(x, y, z) \in C^2$ till systemet
$$\begin{cases} u'_x = 2xy^2z \\ u'_y = 2x^2yz - 2z^2 - 4y \\ u'_z = x^2y^2 - 4yz + 6z \end{cases}.$$

Beräkna också $u'_v(1, 1, 1)$ om \bar{v} pekar i riktningen $(1, -1, 2)$.

3) Beräkna $\iint_D \ln y \, dx dy$ om D begränsas av kurvorna $y = 1$, $x = y^3$ och $x + 2y = 12$.

4) Låt Γ vara kurvan $x^3 = 2 + 3xy^2$ i planet. Bestäm en ekvation för tangentlinjen L till Γ i punkten $(2, 1)$. Finn alla punkter P på Γ sådana att tangentlinjen till Γ i P är ortogonal mot L . Bestäm också en ekvation för tangentlinjen i dessa punkter.

5) Beräkna $\iint_D (x^2 + 3y) \, dx dy$ om D ges av olikheterna $x^2 - 4xy + 5y^2 \leq 2$ och $x \geq y$.

6) Lös den partiella differentialekvationen $x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 4x^3 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial z}{\partial x} = 4x^5 e^y$ för $x > 0$ där $z = z(x, y) \in C^2$, tex genom att byta till variablerna $u = x^2 + y$, $v = y$.
Finn också speciellt den/de lösningar som uppfyller $z(x, 0) = 0$.

7) Låt $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$

Avgör om f är av klass C^1 och om f är av klass C^2 .