LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Fredrik Andersson

Kurskod: TATA76
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA76 Flervariabelanalys

2014-03-17 kl 14–19

Varje uppgift bedöms med 0–3 poäng. För betyget n räcker n godkända uppgifter, d v s uppgifter bedömda med minst 2 poäng, samt totalt $3n-1$ poäng där $n = 3, 4, 5$.

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa. För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar som är förenklat så långt det är möjligt.

Lycka till!

1) Beräkna $\displaystyle\iiint_D (x^2+y^2)\,dxdydz$ om D ges av olikheten $x^2+y^2+z^2 \leq 3$.

2a) Definiera $f'_y(1,2,3)$ om $f(x,y,z)$ är en reellvärd funktion av 3 variabler.

2b) Finn alla lösningar $z = z(x,y)$ av klass $\mathcal{C}^2$ till systemet $\begin{cases} z'_x &= x(3xy^2+4) \\ z'_y &= 2y(x^3-1) \end{cases}$

3) Beräkna $\displaystyle\iint_D \frac{x-3y}{(x+y)^4}\,dxdy$ om D ges av olikheterna $1 \leq y-x \leq x+y \leq 2$.

4a) I vilka punkter på ytan $f(x,y,z) = 4xy^2z^4 = 1$ går normallinjen till ytan genom origo?

4b) Beräkna riktningsderivatan av f i riktning mot origo i dessa punkter.

5) Beräkna $\displaystyle\iint_D \frac{e^{y^2+2y}}{e^{4x-x^2}}\,dxdy$ om D är den del av cirkelskivan med centrum i $(2,-1)$ och radie 2 där $y+3 \geq x \geq 2$.

6) Finn alla $z = z(x,y) \in \mathcal{C}^2$ som uppfyller $\displaystyle e^{y-x}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + e^{x-y}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - (1+e^{y-x})\frac{\partial z}{\partial x} = 2e^{2x-y}$ t ex genom att byta till variablerna $u = e^x + e^y$, $v = y$.
Finn också speciellt den/de lösningar som uppfyller $z(x,0) = x-1$.

7) Låt D_r vara en cirkelring i planet med centrum i origo, innerradie r och ytterradie $2r$.
Beräkna $\displaystyle\lim_{r\to 0} \frac{1}{r^2} \iint_{D_r} \frac{\sin(x^2+y^2)}{2x^2+2y^2+xy^2}\,dxdy$