

Tentamen i Linjär algebra med geometri TATA67/TEN1

2018-04-03 kl 8.00-13.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm matrisen för den linjära avbildning i planet som består av en spegling i linjen $x = 2y$ följt av en spegling i y -axeln.
2. Bestäm det minsta värde som den kvadratiske formen

$$Q(x_1, x_2) = 12x_1x_2 + 5x_2^2$$

antar på enhetscirkeln $x_1^2 + x_2^2 = 1$. Ange även i vilka punkter Q antar sitt minsta värde.

3. Lös systemet av differentialekvationer

$$x_1'(t) = 2x_1(t) + x_2(t)$$

$$x_2'(t) = x_1(t) + 2x_2(t)$$

med begynnelsevärdena $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 5$.

4. Bestäm den linje $y = ax + b$ som approximerar punkterna $(-2, -3)$, $(0, 0)$ och $(2, 2)$ bäst i minsta kvadrat-mening.
5. För vilka värden på konstanten b har ekvationssystemet

$$x + y + 3z = 1$$

$$2x - y + az = 3$$

$$x - y + z = b$$

minst en lösning för samtliga värden på parametern a .

6. Antag att A och B är matriser sådana att $I - AB$ är inverterbar. Visa att då är även matrisen $I - BA$ inverterbar och att $(I - BA)^{-1} = I + B(I - AB)^{-1}A$.

Lycka till!