Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Jan Åslund

# Tentamen i Linjär algebra med geometri
## TATA67/TEN1

**2018–01–11 kl 8.00–13.00**

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm ekvationen för den linje som ligger i planet $x + y + z = 2$ och som skär linjen
$$\begin{aligned} x &= -1 + t \\ y &= 2 - t \\ z &= 3 - t \end{aligned}$$
under rät vinkel.

2. För vilka värden på parametern $a$ har ekvationssystemet
$$\begin{aligned} ax + y + 2z &= 1 \\ x + y + 2az &= 1 \\ 2x + y - 2z &= 0 \end{aligned}$$
mer än en lösning?

3. Lös systemet av differentialekvationer
$$\begin{aligned} x_1'(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) \\ x_2'(t) &= 2x_1(t) + 4x_2(t) \end{aligned}$$
med begynnelsevärdena $x_1(0) = 3$, $x_2(0) = 1$.

4. Bestäm en $2 \times 2$-matris $X$ sådan att $AX + 2XA = I$ där $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ och $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Matrisen $A$ representerar en projektion i ett plan genom origo och avbildar vektorn $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}^t$ på vektorn $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^t$. Bestäm $A$.

6. Antag att matrisen $A$ har egenvektorerna $v_1$ och $v_2$ som hör till olika egenvärden. Visa att $v_1$ och $v_2$ är linjärt oberoende.

**Lycka till!**