Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Jan Åslund

Tentamen i Linjär algebra med geometri

TATA67/TEN1

2017–01–10 kl 8.00–13.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm ekvationen för det plan som är ortogonalt mot planet $2x - z = 7$ och som innehåller linjen

$$\begin{aligned} x &= 1 + t \\ y &= t \\ z &= 2 - t \end{aligned}$$

2. Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= x_1(t) - 2x_2(t) \\ x_2'(t) &= 2x_1(t) + 6x_2(t) \end{aligned}$$

med begynnelsevärdena $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = -1$.

3. Bestäm minsta kvadrat-lösningen till det överbestämda ekvationssystemet

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 2 \\ -x_1 &= 1 \\ x_1 + x_2 &= -1 \end{aligned}$$

4. Bestäm A^{100} där

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Bestäm ett variabelbyte som överför den kvadratiska formen

$$Q(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 8x_3^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$$

på diagonalform och ange även diagonalformen.

6. Låt A vara en kvadratisk matris sådan att $A^4 = 0$. Visa att $I - A$ är inverterbar och att $(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3$.

Lycka till!