Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Jan Åslund

Tentamen i Linjär algebra med geometri
TATA67/TEN1

2016–08–19 kl 14.00–19.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm koordinaterna för spegelbilden av punkten $(1, 2, 1)$ i det plan som innehåller de tre punkterna $(1, -1, 0)$, $(2, 1, 1)$ och $(0, 1, 3)$.

2. Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 2x_1(t) + 3x_2(t) \\ x_2'(t) &= 2x_1(t) + x_2(t) \end{aligned}$$

   med begynnelsevärdena $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 1$.

3. Bestäm det största värde som den kvadratiska formen

$$Q = 2{x_1}^2 + \sqrt{8}x_1x_2 + 3{x_2}^2$$

   antar på cirkeln $x_1^2 + x_2^2 = 4$. Ange även i vilka punkter Q antar sitt största värde.

4. Lös i minsta kvadrat-mening det överbestämda ekvationsystemet $AX = B$ där

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

5. En linjär avbildning i $\mathbf{R}^3$ är sådan att $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t$ avbildas på $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}^t$ och varje vektor i planet $x + y + z = 0$ är en egenvektor med egenvärde 2. Bestäm avbildningens matris i standardbasen.

6. Antag att A är en symmetrisk och inverterbar matris. Visa att då är även A^{-1} symmetrisk.

Lycka till!