Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Jan Åslund

Tentamen i Linjär algebra med geometri

TATA67/TEN1

2016–01–12 kl 8.00–13.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkten $(1,1,0)$ och som skär planet $x+2y-z=2$ längs linjen
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad -\infty < t < +\infty$$

2. Bestäm minsta kvadrat-lösningen till det överbestämda ekvationssystemet
$$\begin{aligned} x+2y &= 1 \\ x &= -1 \\ -x+y &= 0 \end{aligned}$$

3. För vilka värden på parametern a har ekvationssystemet
$$\begin{aligned} x+2y+2az &= 1 \\ 5x-6y-2z &= 3 \\ ax-2y+2z &= -1 \end{aligned}$$
mer än en lösning?

4. Lös systemet av differentialekvationer
$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 4x_1(t)+5x_2(t) \\ x_2'(t) &= 2x_1(t)+x_2(t) \end{aligned}$$
med begynnelsevärdena $x_1(0)=1$, $x_2(0)=-1$.

5. Bestäm ekvationen för en ellips med centrum i origo, som innehåller punkterna $(1,0)$ och $(\sqrt{2},\sqrt{2})$ och vars halvaxlar är parallella med $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}^t$ respektive $\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}^t$.

6. Antag att A är en kvadratisk matris sådan att $A^2-5A+6I=0$. Visa att A har minst ett egenvärde och en egenvektor.

Lycka till!