

## Tentamen i Linjär algebra med geometri TATA67/TEN1

2014-08-22 kl 14.00-19.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm ekvationen för den linje som ligger i planet  $x + y + z = 1$  och som skär linjen

$$\begin{aligned}x &= 2 + t \\y &= 1 - t \\z &= -1 + t\end{aligned}$$

under rät vinkel.

2. Bestäm minsta kvadrat-lösningen till det överbestämda ekvationssystemet

$$\begin{aligned}x + y &= 1 \\-x + 2y &= 0 \\2x + y &= -1\end{aligned}$$

3. Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 6x_1(t) + 3x_2(t) \\x_2'(t) &= x_1(t) + 4x_2(t)\end{aligned}$$

med begynnelsevärdena  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = 1$ .

4. För vilka värden på parametern  $a$  saknar ekvationssystemet

$$\begin{aligned}x + ay + 2z &= 1 \\-x + az &= 1 \\x + 2y + 2z &= 1\end{aligned}$$

lösning?

5. Bestäm minsta värdet av  $Q(x, y, z) = 3x^2 - 2y^2 - 4xz$  på ytan  $4x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1$ . Bestäm även i vilka punkter på ytan minsta värdet antas.

6. Antag att talföljderna  $(a_k)_{k=0}^{\infty}$  och  $(b_k)_{k=0}^{\infty}$ , uppfyller sambanden

$$\begin{aligned}a_{k+1} &= 0.8a_k + 0.3b_k \\b_{k+1} &= 0.2a_k + 0.7b_k\end{aligned}$$

för  $k = 0, 1, \dots$ , och att  $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 1$ . Bestäm  $\lim_{k \rightarrow \infty} b_k$ .