Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Jan Åslund

Tentamen i Linjär algebra med geometri

TATA67/TEN1

2014–04–22 kl 8.00–13.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller de två parallella linjerna
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. Lös systemet av differentialekvationer
$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 3x_1(t) + 2x_2(t) \\ x_2'(t) &= -3x_1(t) - 4x_2(t) \end{aligned}$$
med begynnelsevärdena $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$.

3. Rita en väsentligen riktig skiss av kurvan
$$-4x_1x_2 + 3x_2^2 = 4$$
i x_1x_2-planet. Huvudaxlarna skall framgå tydligt i figuren. Bestäm även de punkter som ligger närmast origo.

4. Betrakta ekvationssystemet
$$\begin{aligned} ax + y + 2z &= b \\ y + az &= 1 \\ x + 2ay - z &= 2 \end{aligned}$$
För vilka värden på de reella parametrarna a och b saknar ekvationssystemet lösning?

5. Antag att A är en symmetrisk och icke inverterbar avbildningsmatris, från $\mathbf{R}^3$ till $\mathbf{R}^3$, sådan att varje vektor $\mathbf{x}$ i planet $x_1 - x_3 = 0$ avbildas på $2\mathbf{x}$. Bestäm matrisen A.

6. Antag att matrisen A har två rader och fyra kolonner. Visa att då är matrisen A^tA symmetrisk och positivt semidefinit.

Lycka till!