

Tentamen i Linjär algebra med geometri TATA67/TEN1

2013–08–24 kl 8.00–13.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Vilken punkt i planet $x + 2y - z = 1$ ligger närmast punkten $(1, 1, 0)$?
2. Bestäm för vilka värden på parametern a som ekvationssystemet

$$\begin{aligned}ax - y - 2z &= a \\2x + y + 2z &= 6 \\y + az &= a\end{aligned}$$

saknar lösning.

3. Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 4x_1(t) + 3x_2(t) \\x_2'(t) &= 3x_1(t) - 4x_2(t)\end{aligned}$$

med begynnelsevärdena $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = 2$.

4. Bestäm $A^k \mathbf{x}$, där k är ett positivt heltal, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}^t$ och

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Låt A vara avbildningsmatrisen för en spegling i ett plan genom origo och anta att vektorn $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ avbildas på vektorn $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Bestäm matrisen A .
6. Antag att K och M är två positivt definita matriser och att det finns en vektor $\mathbf{x} \neq 0$ och en skalär λ så att $\lambda M \mathbf{x} + K \mathbf{x} = 0$. Visa att då måste λ vara negativ.

Lycka till!