Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Jan Åslund

Tentamen i Linjär algebra med geometri

TATA67/TEN1

2012–12–17 kl 8.00–13.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm avståndet mellan de två parallella planen $x-y+2z=0$ och $x-y+2z=8$.

2. Bestäm den vektor X som minimerar $|AX-B|^2$ där

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix},\quad X=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 1\end{pmatrix}$$

3. Bestäm A^k där k är ett postivt heltal och

$$A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 3 & -3\end{pmatrix}$$

4. Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t)+3x_2(t)\\ x_2'(t) &= -x_1(t)+5x_2(t)\end{aligned}$$

med begynnelsevärdena $x_1(0)=1$, $x_2(0)=-1$.

5. För vilka värden på konstanterna a och b är vektorerna

$$\begin{pmatrix}a\\ 1\\ 2\\ -1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4\\ 2\\ 4\\ -a\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\ 1\\ b\\ 0\end{pmatrix}$$

linjärt beroende?

6. Antag att $Q(x_1,x_2)$ är en kvadratisk form som är positivt semidefinit och att Q:s största värde på enhetscirkeln antas i punkterna $(\pm 2/\sqrt{5}, \pm 1/\sqrt{5})$. Vidare gäller att $Q(0,1)=1$. Bestäm Q.

Lycka till!