Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Jan Åslund

Tentamen i Linjär algebra med geometri

9MA321/STN2

2012–08–18 kl 8.00–13.00

Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som 3 poäng på uppgift 1. Skriv G i den ruta på omslaget som hör till uppgift 1 om du har klarat kontrollskrivningen. Varje uppgift ger högst 3 poäng. För godkänt räcker 8 poäng och 3 godkända uppgifter. En uppgift är godkänd om den värderas till minst 2 poäng. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och avslutade med ett svar. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm avståndet mellan x_3-axeln och linjen

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 3x_1(t) - 2x_2(t) \\ x_2'(t) &= 3x_1(t) - 4x_2(t) \end{aligned}$$

med begynnelsevärdena $x_1(0) = 3$, $x_2(0) = -1$.

3. Bestäm det minsta värde som den kvadratiska formen

$$Q = 3{x_1}^2 + \sqrt{8}x_1x_2 + 2{x_2}^2$$

antar på cirkeln $x_1^2 + x_2^2 = 4$. Ange även i vilka punkter Q antar sitt minsta värde.

4. Bestäm den linje $y = ax + b$ som approximerar punkterna $(-1, -2)$, $(0, -1)$, $(1, 1)$ och $(2, 2)$ bäst i minsta kvadrat-mening.

5. En linjär avbildning är sådan att $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}^t$ är en egenvektor med egenvärde 2 och sådan att vektorn $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^t$ avbildas på vektorn $\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}^t$. Bestäm avbildningens matris i standardbasen.

6. Antag att A och B är inverterbara och att $AB = BA$. Visa att $A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Lycka till!