LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2018-10-22, kl 14.00–18.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna ytintegralen $\displaystyle\iint_S \sqrt{1 + 4(x^2 + y^2)}\, dS$ där S är den del av ytan $z = 3 - (x^2 + y^2)$ som ligger ovanför planet $2x + 2y + z = 1$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = xy^2\,\hat{x} - yz\,\hat{y} + zx^2\,\hat{z}$ genom ytan S som ges genom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $0 \leq z \leq 1$. Riktningen bestäms av villkoret $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{z} > 0$. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där vektorfältet $\mathbf{A}$ är

$$\mathbf{A}(x, y, z) = xy\,\hat{x} + yz\,\hat{y} + xz\,\hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan planet $2x + 2y + z = 2$ och paraboloiden $z = x^2 + y^2$. Γ genomlöps medurs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

4. Bestäm den funktion $f(y, z)$ med $f(0, 0) = 0$ så att vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = (2xy + f(y, z))\,\hat{x} + (x^2 + 2yz + 2x + z)\,\hat{y} + (y^2 + 2xz + y)\,\hat{z}.$$

blir ett potentialfält. Beräkna sedan kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är skärningskurvan mellan planet $x - y = 0$ och sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ med $x, y, z \geq 0$. Γ genomlöps medurs sett från punkten $(-1, 1, 0)$.

Motivera noga.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y, z) = -\frac{y}{x^2 + 2y^2}\,\hat{x} + \frac{x}{x^2 + 2y^2}\,\hat{y} + z^2\,\hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan ytan $z = x^2 + 2y^2$ och planet $2x + 4y + z = 4$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}\,\hat{x} + \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}\,\hat{y} + \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}\,\hat{z}$$

genom ytan $S : x^2 + y^2 - z^2 = 2$, $-1 \leq z \leq 1$ (riktning: bort från z-axeln).