

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.**2018-08-29, kl 08.00–12.00**

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n , $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.

Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.

Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

1. Beräkna ytintegralen $\iint_S \frac{1}{1 + 4(x^2 + y^2)} dS$ där S är den del av ytan $z = 4 - (x^2 + y^2)$, $z \geq 2$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = xy^2 \hat{x} + yx^2 \hat{y} + \frac{z^3}{3} \hat{z}$ genom ytan S där S ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x \geq 0$. Riktningen bestäms av villkoret $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{x} > 0$. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y, z) = (y^3 + z^3) \hat{x} + (x^3 + z^3) \hat{y} + (x^3 + y^3) \hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan ytorna $z = x^2 + 2y^2$ och $z = 4 - (x^2 + 2y^2)$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

4. Beräkna alla potentialer till vektorfältet \mathbf{A} där

$$\mathbf{A}(x, y, z) = (y^2 z^3 + 3x^2 y z^2 + 2xy^3 z) \hat{x} + (2xyz^3 + x^3 z^2 + 3x^2 y^2 z) \hat{y} + (3xy^2 z^2 + 2x^3 y z + x^2 y^3) \hat{z}.$$

Motivera noga.

5. Beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(\rho, \phi, z) = \frac{\cos^2 \phi}{\rho} \hat{\phi}$$

och Γ är skärningskurvan mellan ytan $z = 9 - (x^2 + y^2)$ och planet $x + y + z = 1$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 100)$.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \hat{x} + \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \hat{y} + \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z}$$

genom ytan $S : x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $0 \leq z \leq 1$ (riktning: bort från origo).