LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2018-01-03, kl 14.00–18.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna ytintegralen $\iint_S (x^2 + y^2)\, dS$ där S är den del av planet $2x + 2y + z = 2$ som är innanför $z = x^2 + y^2$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = x(y^2 + z^2)\,\hat{x} + y(x^2 - z^2)\,\hat{y} + (x^2 + y^2)z\,\hat{z}$ genom ytan S där S är den del av ytan $z = \dfrac{x^2 + y^2}{2}$ som är innanför sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Riktningen bestäms av villkoret $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{z} < 0$. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där
$$\mathbf{A}(x, y, z) = (3x^2 - y^2)\,\hat{x} + (y^4 + 3y^2 + x^2)\,\hat{y} + (y - x)\,\hat{z}$$
och Γ är skärningskurvan mellan paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och planet $2x + 2y + z = 2$. Orientering är medurs sett från punkten $(0, 0, 100)$.

4. Beräkna alla potentialer till vektorfältet $\mathbf{A}$ där
$$\mathbf{A}(r, \theta, \phi) = 3r^2 \sin^2\theta \sin^2\phi\,\hat{r} + r^2 \sin 2\theta \sin^2\phi\,\hat{\theta} + r^2 \sin\theta \sin 2\phi\,\hat{\phi}.$$
Motivera noga.

5. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där
$$\mathbf{A}(\rho, \phi, z) = \frac{1}{\rho^2}\,\hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\,\hat{\phi}$$
och Γ är skärningskurvan mellan ellipsoiden $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ och planet $z = 1$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 35)$.

6. Beräkna flödet av vektorfältet
$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}\,\hat{x} + \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}\,\hat{y} + \frac{2z}{(x^2 + y^2)^{3/2}}\,\hat{z}$$
genom ytan $S : z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2},\ 0 \le z \le 1$ (riktning: bort från origo).