LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2017-08-23, kl 8.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys.* Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna ytintegralen $\iint_S \frac{1}{1+x^2+y^2+z^2}\,dS$ där S den del av sfären $x^2+y^2+z^2=2$ som är innanför konen $z=\sqrt{x^2+y^2}$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = -x^3\,\hat{x} - y^3\,\hat{y} + 3(x^2+y^2)z\,\hat{z}$ genom ytan S som ges genom $x^2+y^2-z^2=1,\ \ 0 \le z \le 1$. Riktningen bestäms av villkoret $\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{z} < 0$. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A}\cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x,y,z) = -y^3\,\hat{x} + x^3\,\hat{y} + z^4\,\hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan ytorna $z = x^2+y^2$ och $2x+2y+z=2$. Orientering är moturs sett från punkten $(0,0,17)$.

4. Bestäm alla funktioner $f(y,z)$ så att vektorfältet

$$\mathbf{A}(x,y,z) = (2xy + f(y,z))\,\hat{x} + (x^2+2yz+2x+z)\,\hat{y} + (y^2+2xz+y)\,\hat{z}.$$

blir ett potentialfält. Beräkna för alla sådana potentialfält kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A}\cdot d\mathbf{r}$ där Γ är kurvan som ges genom $x^2+y^2=1,\ z=x+y,\ \ y\ge 0$.

5.Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A}\cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\rho}[\,\hat{\rho} + \,\hat{\phi}]$$

och Γ är skärningskurvan mellan ellipsoiden $x^2+3y^2+4z^2=9$ och planet $x+y+z=0$. Kurvan genomlöps moturs sett från punkten $(0,0,17)$.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x,y,z) = \frac{1}{\rho^2}\,\hat{\rho} + \frac{z}{\rho^3}\,\hat{z}$$

genom ytan S som ges av ekvationen $x^2+y^2-z^2=3,\ 0\le z\le 1$ (riktning: bort från z-axeln).