LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

# TATA 44 Vektoranalys. TEN 1
# 2015-10-30, kl 8.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget $n$, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och $n$ godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av planet $2x+2y+z=1$ som är innanför paraboloiden $z = x^2+y^2$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = \dfrac{x^3}{3}\,\hat{x} + \dfrac{y^3}{3}\,\hat{y} + z\sqrt{x^2+y^2}\,\hat{z}$ ut genom ytan $z = 1 - \sqrt{x^2+y^2}$, $z > 0$. Normalen pekar i riktning $\hat{\mathbf{n}}$ meds $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{z} > 0$.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = -y^2 x\hat{x} + x^2 y\hat{y} + z^5\hat{z}$$

och $\Gamma$ är randen till ytan $x + y + z = 1$, $x, y, z \geq 0$. $\Gamma$ genomlöps moturs sett från punkten $(3, 3, 3)$.

4. För vilka funktioner $f(x, z)$ med $f(0, 0) = 0$ är vektorfältet

$$\mathbf{A} = (z^2 + 2xy + z)\,\hat{x} + (2yz + f(x, z))\,\hat{y} + (y^2 + 2xz + 2y + x)\,\hat{z}$$

ett potentialfält? Beräkna i dessa fall alla potentialer $\Phi(x, y, z)$ till $\mathbf{A}$.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = \frac{x^2 - y^2}{(x^2+y^2)^2}\,\hat{x} + \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2}\,\hat{y}$$

och $\Gamma$ är kurvan $2x^2 + 3y^2 = 4$, $z = 4$. Kurvan genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$. Motivera noga!

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}(x\,\hat{x} + y\,\hat{y} - z\,\hat{z})$$

genom ytan $z = 4 - (x^2 + y^2)$, $0 \leq z \leq 2$ i riktning $\hat{\mathbf{n}}$ med $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{z} > 0$. Motivera noga!