LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1
2015-08-26, kl 8.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av paraboloiden $z = 5 - (x^2 + y^2)$ som är innanför cylindern $x^2 + y^2 = 4$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = 2y^2x\hat{x} + 3z^2y\hat{y} + x^2z\hat{z}$ ut genom ytan $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1,\ z > 0$. Normalen pekar bort från origo.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = -\frac{y^3}{3}\hat{x} + \frac{x^3}{3}\hat{y} + z^2\hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan halvsfären $x^2 + y^2 + z^2 = 2,\ z \geq 0$ och cylindern $x^2 + y^2 = 1$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 3)$.

4. Beräkna alla potentialer till vektorfältet $\mathbf{A} = 2r\cos\theta\sin^2\phi\,\hat{r} - r\sin\theta\sin^2\phi\,\hat{\theta} + r\cot\theta\sin 2\phi\,\hat{\phi}$. Beräkna sedan kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är skärningskurvan mellan planet $x - y = 0$ och sfären $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$ med $x, y, z \geq 0$. Γ genomlöps moturs set från punkten $(1, -1, 0)$.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = \hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\hat{\phi}$$

och Γ är kurvan $2x^2 + 3y^2 = 2,\ y \geq 0$ i xy-planet. Kurvan genomlöps moturs. Motivera noga!

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}(x, y, z)$$

genom ytan $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2},\ 0 \leq z \leq 2$. Motivera noga!