LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1
2015-01-10, kl 14.00–18.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av paraboloiden $z = x^2+y^2$ som är innanför sfären $x^2+y^2+(z+1)^2 = 5$

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = z^2x\hat{x}-(x^2+z^2)y\hat{y}+z(x^2+y^2)\hat{z}$ ut genom ytan $x^2+y^2+z^2 = 1$ då $x, y, z \leq 0$. Normalen pekar bort från origo.

3. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = -y^3\hat{x} + x^3\hat{y} + z^5\hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ och koordinatplanen då $x, y, z \geq 0$.

4. Beräkna alla potentialer till vektorfältet $\mathbf{A} = (3x^2yz + y^3z + yz^3)\hat{x} + (x^3z + 3xy^2z + xz^3)\hat{y} + (x^3y + xy^3 + 3xyz^2)\hat{z}$. beräkna sedan kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är skärningskurvan mellan planet $x - y = 0$ och sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ med $x, y, z \geq 0$. Γ genomlöps moturs set från punkten $(1, -1, 0)$.

5. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\rho}\hat{\phi}$$

och Γ är skärningskurvan mellan planet $x + 2y + 3z = 10$ och cylindern $3x^2 + 5y^2 = 2$. Kurvan genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$. Motivera noga!

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}(x, y, z)$$

genom ytan $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1,\ z \geq 0$. Motivera noga!