Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA42/9GMA04

Hemtentamen i Envariabelanalys 2

2020-06-05 kl 8.00–13.00

Observera att andra regler än normalt gäller. Följ instruktionerna noggrant.

- Alla hjälpmedel är tillåtna **utom** samarbete med annan person.
- Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt **handskrivna** – om inte särskilda skäl såsom funktionshinder föreligger – och avslutade med ett svar. (Det är också tillåtet att skriva för hand med ritpenna på ritplatta eller surfplatta, men endast handskriven text och **vit bakgrund**.)
- **Även om räknehjälpmedel är tillåtna ska uträkningar redovisas lika noga som vanligt, dvs. som om man inte hade några hjälpmedel.**
- Använd inte rödpenna. Lös högst en uppgift per sida. Deluppgifter får redovisas på samma sida. Numrera sidorna (sorterade i uppgiftsordning).

Jour: Se `http://courses.mai.liu.se/GU/TATA42/jour.php`

- Kontrollera innan uppladdning att sidorna i din pdf-fil är så pass tydliga att text och symboler går att läsa (annars kan vi inte rätta tentan).
- Märk **varje** blad med kurskod, program samt **flowID**.

Var god vänd!

Tentamen består av 6 uppgifter. Varje uppgift bedöms som godkänd eller underkänd. Godkända uppgifter ger sedan 2 eller 3 poäng medan underkända ger 0 eller 1 poäng. TATA42: För betyg 3/4/5 räcker 3/4/6 godkända uppgifter och 10/14/18 poäng. 9GMA04: För betyg G/VG räcker 3/5 godkända uppgifter och 10/16 poäng.

Lösningsskisser publiceras på kurshemsidan preliminärt ett par timmar efter skrivtidens slut.

1. Låt C vara kurvan $y = \cos(x^2) + 2$, $0 \le x \le 1$.
   (a) Teckna en integral för längden av kurvan C.
   (b) Teckna en integral för arean av den yta som uppstår då kurvan C roteras ett varv runt linjen $y = -1$.
   (c) Teckna en integral för arean av den yta som uppstår då kurvan C roteras ett varv runt linjen $x = 2$.

   För full poäng krävs principskisser som motiverar formlerna i (b) och (c). Notera att integralerna inte ska beräknas.

2. Låt $f(x) = x^2 \cos(\sin 2x) + 2 - x^2$.
   (a) Bestäm Maclaurinutvecklingen av $f(x)$ med restterm $O(x^8)$.
   (b) Avgör om $f(x)$ har ett lokalt maximum eller minimum i $x = 0$.
   (c) Beräkna $f^{(6)}(0)$.

3. Bestäm för vilka x potensserien $f(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{4k}}{4^k \sqrt{1+3k}}$ är konvergent. Visa även att $\left| f(1) - \dfrac{7}{8} \right| \le \dfrac{1}{30}$.

4. Lös ekvationen $\sqrt{x^2-1}\, y' = xy^3$ då (a) $y(\sqrt{5}) = -\dfrac{1}{2}$ (b) $y(-\sqrt{5}) = 0$.
   (Som alltid ska lösningarnas största möjliga definitionsintervall bestämmas.)

5. Avgör om $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+x)\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{(1+x^2)^{1/3}}\, dx$ är konvergent.

6. Lös differentialekvationen

$$y^{(n)} - \binom{n}{1}\alpha y^{(n-1)} + \binom{n}{2}\alpha^2 y^{(n-2)} - \binom{n}{3}\alpha^3 y^{(n-3)} + \ldots + (-1)^n \alpha^n y = e^{\beta x}$$

   där α och β är konstanter.

Observera att tentan endast har 6 uppgifter.