Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA42/9GMA04

Hemtentamen i Envariabelanalys 2

2020-03-20 kl 8.00–13.00

Observera att andra regler än normalt gäller. Följ instruktionerna noggrant.

- Alla hjälpmedel är tillåtna **utom** samarbete med annan person.
- Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt **handskrivna** – om inte särskilda skäl såsom funktionshinder föreligger – och avslutade med ett svar. (Det är också tillåtet att skriva för hand med ritpenna på ritplatta eller surfplatta, men endast handskriven text.)

Jour: Se `http://courses.mai.liu.se/GU/TATA42/jour.php`

Då du är **klar med tentan**, gör följande:

1. Fotografera varje sida (eller skanna sidorna), och skicka bilderna i ett mejl till adressen

   tata42@mai.liu.se för **TATA42**

   mai-tenta@mai.liu.se för **9GMA04**.

2. Mejlet får inte vara större än 25 MB (annars kommer det inte fram). Om nödvändigt dela upp i flera mejl – meddela det i så fall i varje mejl.
3. Kontrollera att bilderna är så pass tydliga att text och symboler går att läsa (annars kan vi inte rätta tentan).
4. Märk varje blad med kurskod, program, namn och personnummer, t.ex.

   `TATA42 Yi Anna Andersson 900101-0000.`

5. Skriv samma sak som i föregående punkt även i ämnesraden på ditt mejl.
6. Tentan måste ha inkommit till MAI senast kl. 13.30 (vid förlängd skrivtid kl. 15.30). Observera att dessa 30 extra minuter **inte är skrivtid** utan avsedda för att hantera ovanstående punkter.

Det är ditt eget ansvar att **läsliga** bilder/filer skickas in **i tid** i enlighet med ovanstående instruktioner.

VÄND!

Tentamen består av 6 uppgifter. Varje uppgift bedöms som godkänd eller underkänd. Godkända uppgifter ger sedan 2 eller 3 poäng medan underkända ger 0 eller 1 poäng. För betyg G räcker 4 godkända uppgifter och 13 poäng. **Inga överbetyg delas ut.**

Lösningsskisser publiceras på kurshemsidan preliminärt fredag 20/3 kl 16.00

1. Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området
$$3 \leq y \leq 4 - x^3, \quad 0 \leq x \leq 1,$$
roteras ett varv kring linjen $y = 2$. För full poäng krävs en principskiss som motiverar formeln som används.

2. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen
$$y^{(4)} - 2y^{(3)} + 5y'' - 8y' + 4y = 4x^2 - 16x + 6, \qquad y(0) = 0.$$
För full poäng ska svaret anges i reell form.

3. Avgör konvergens:
(a) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{x^2}{x^5 + x^3 + 1}\,dx$ (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^\infty \frac{(-1)^k}{\sqrt{k+2}}$ (c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin(\ln(1+x))}{x\sqrt{x}}\,dx.$

4. (a) Bestäm Maclaurinutvecklingen av ordning 4 till funktionen $f(t) = e^t$ med restterm i Lagranges form.
   (b) Bestäm ett polynom $p(x)$ sådant att $\left|e^{-x} - p(x)\right| \leq 1/100$ då $0 \leq x \leq 1$.

5. Beräkna summan eller visa divergens: (a) $\displaystyle\sum_{k=0}^\infty \frac{k^2}{4^k}$ (b) $\displaystyle\sum_{k=0}^\infty k^2 4^k$.

6. Bestäm den kontinuerliga funktion $y(x)$ som i någon omgivning till $x = 0$ uppfyller integralekvationen
$$y(x) + e^x = \int_0^x \exp\bigl(y(t) + t\bigr)\,dt.$$
För full poäng ska också största möjliga (del)intervall av $\mathbb{R}$ där $y(x)$ är en lösning anges.

Observera att tentan endast har 6 uppgifter.