

Tentamen i Envariabelanalys 2

2019-06-05 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Varje uppgift bedöms som godkänd eller underkänd. Godkända uppgifter ger sedan 2 eller 3 poäng medan underkända ger 0 eller 1 poäng. För betyg 3/4/5 räcker 3/4/5 godkända uppgifter och 8/12/16 poäng.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y^{(4)} + 2y''' + 5y'' = 10 + 8e^x.$$

2. (a) Bestäm Maclaurinutvecklingen med restterm av ordning 8 i ordoform till (2 p)

$$f(x) = \sqrt{1 + \sin(2x^2)} - \cos(x^2) - x^2 + 1.$$

- (b) Har $f(x)$ lokalt extremvärde för $x = 0$? (1 p)

3. Bestäm arean av området D som i polära koordinater ges av

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq r \leq \sin \varphi, \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{6} \right\}.$$

Bestäm längden av kurvan

$$\Gamma = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : r = \sin \varphi, \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{6} \right\}.$$

4. Avgör om integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 - x}}$$

är konvergent eller divergent.

5. Lös ekvationen

$$y' - 2xy = 1, \quad y(0) = 0$$

med potensserieansats. I svaret skall anges (minst) fyra nollskilda koefficienter, rekursionsformeln för seriens koefficienter och potensseriens konvergensradie.

6. Bestäm ett närmevärde till $\int_{-1}^1 e^{-x^2} dx$ med ett fel på högst 10^{-2} .

7. Visa att

$$0 < e - \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} < \frac{1}{n!n}$$

och använd detta till att visa att talet e inte är rationellt.