Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA42
Provkod: TEN1

Tentamen i Envariabelanalys 2

2018-03-12 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Varje uppgift bedöms som godkänd eller underkänd. Godkända uppgifter ger sedan 2 eller 3 poäng medan underkända ger 0 eller 1 poäng. För betyg 3/4/5 räcker 3/4/5 godkända uppgifter och 8/12/16 poäng.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Bestäm volymen av den kropp som uppstår då området givet av
$$1 \leq x \leq 2 \quad \text{och} \quad 2 \leq y \leq 3 + x^3$$
roteras ett varv kring linjen $x = -1$. För full poäng krävs en principskiss som motiverar formeln som används.

2. Beräkna följande gränsvärden:
(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(x^2 - x^3 \arctan\frac{1}{x}\right)$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{\ln(\cos x)} + \frac{2}{\sin^2 x}\right)$

3. Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till $y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x$, och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

4. (a) Visa att $\displaystyle\sum_{k=21}^{\infty} \frac{1}{k^3} \leq \frac{1}{800}$. (1p)

   (b) Bestäm alla reella x sådana att $\displaystyle\sum_{k=3}^{\infty} \frac{(\ln k)^2}{4^k(k-1)}\, x^{2k}$ konvergerar. (2p)

5. Bestäm ett polynom $p(x)$ sådant att
$$\left|\ln(1+x) - p(x)\right| < \frac{1}{300}, \qquad |x| \leq \frac{1}{4}.$$

6. Bestäm den kontinuerliga funktion $y(x)$ som i någon omgivning till $x = 1/2$ uppfyller integralekvationen
$$y(x) + \int_x^{1/2} \frac{\sqrt{4 - y(t)^2}}{t - t^2}\, dt = 1.$$

7. Låt s_n vara delsumman med n termer till serien
$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \ln k.$$
Undersök eventuella gränsvärden för s_{2m} och s_{2m+1} då $m \to \infty$.