

Tentamen i Envariabelanalys 2

2017-06-02 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Varje uppgift bedöms som godkänd eller underkänd. Godkända uppgifter ger sedan 2 eller 3 poäng medan underkända ger 0 eller 1 poäng. För betyg 3/4/5 räcker 3/4/5 godkända uppgifter och 8/12/16 poäng.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Avgör om $\int_0^{\infty} \frac{\arctan x}{x\sqrt{x}} dx$ är konvergent.

2. Bestäm alla lösningar till

$$2y'' - 3y' - 2y = 5e^{-x/2}$$

sådana att $y(0) = 0$.

3. (a) Finn Taylorutvecklingen av ordning 2 för $\cos 2x$ kring $x = \frac{\pi}{6}$ med restterm på ordo-form.

(b) Hitta konvergensradien för $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}(1+k^2)}{5^k}$.

(c) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(3x) + \ln(1-9x^2)}{x^4}$.

4. Hitta en lösning till

$$y' + yy' - \frac{1}{2}e^x = 0$$

sådan att $y(0) = -3$.

5. Definiera funktionen $\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ för $x \in \mathbf{R}$. Denna funktion har en invers som brukar kallas $\operatorname{arsinh}(x)$ för $x \in \mathbf{R}$. Härled Maclaurinutvecklingen av ordning 6 för $\operatorname{arsinh}(x)$.

6. Beräkna volymen av det begränsade område som uppstår då $y = x^2 + 3x - 2$ roterar ett varv kring linjen $y = 4x$. För full poäng krävs en principskiss som motiverar formeln som används.

7. Avgör för vilka reella x serien $\sum_{k=0}^{\infty} kx^k \sin k$ är konvergent och beräkna seriens summa för dessa x .