Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA41
Provkod: TEN1

Tentamen i Envariabelanalys 1

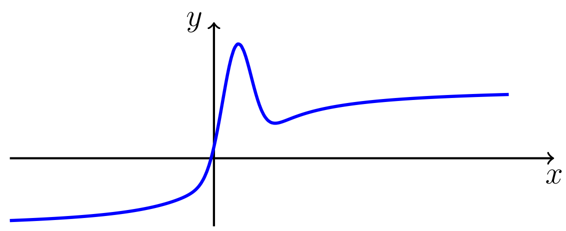
2019-06-10 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg n räcker $4(n-1)$ poäng och n godkända uppgifter $(n = 3, 4, 5)$. Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida, där även tid för tentamensvisning meddelas när resultaten är klara.

1. Låt $f(x) = (x^3 + 4)\, e^{-x}$, $x \in \mathbf{R}$.
   (a) Bestäm f:s värdemängd V_f.
   (b) Bestäm antalet lösningar till ekvationen $f(x) = k$ för varje $k \in \mathbf{R}$.

2. (a) Skissa grafen för en funktion $f(x)$ som har ett lokalt minimum i $x = 2$, men saknar minsta värde.
   (b) Skissa grafen för derivatan $g'(x)$, om grafen för $g(x)$ ser ut så här:



   (c) Skissa grafen för en funktion $h(x)$, med definitionsmängd $D_h =]2, 5[$, som är strängt växande och kontinuerlig, men inte deriverbar.

3. Beräkna följande derivator direkt utifrån derivatans definition. Standardgränsvärden får användas.

   (a) $\dfrac{d}{dx}\dfrac{1}{x^2}, \quad x \neq 0$ (b) $\dfrac{d}{dx}\ln x, \quad x > 0$ (c) $\dfrac{d}{dx}\sqrt{2x}, \quad x > 0$

4. Beräkna

   (a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2(1-x)^2}{1+x^2}\,dx$ (b) $\displaystyle\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x^2+4x}\,dx$ (c) $\displaystyle\int_0^{2\pi} |\sin x|\,dx$

5. Ett rätblock (”tegelsten”) har volymen 3, och på bottensidan är en av kanterna dubbelt så lång som den andra. Vad är den minsta möjliga summan av rätblockets kantlängder (alla 12 kanterna)?

6. Funktionen $f(x) = \cos x$, $\pi \leq x \leq 2\pi$, har en invers g. Bestäm $g'(1/2)$.

7. Undersök $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\sin\sqrt{x+1} - \sin\sqrt{x}\right)$.