

## Tentamen i Envariabelanalys 1

2018-04-04 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg  $n$  räcker  $4(n-1)$  poäng och  $n$  godkända uppgifter ( $n = 3, 4, 5$ ). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Skissa grafen för

$$f(x) = x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}.$$

Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.

2. Undersök följande gränsvärden:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 2x - 3} \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 3x}) \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\sin x} + \ln x \right)$$

3. Beräkna de primitiva funktionerna:

$$(a) \int x \ln(1 + x^2) dx \quad (b) \int \cos^3 2x dx \quad (c) \int \frac{x}{\sqrt{2x - x^2}} dx$$

4. Beräkna  $\int_3^\infty \frac{5x}{x^3 - x^2 + 4x - 4} dx$  (eller visa divergens).

5. (a) Definiera vad som menas med att  $f$  är deriverbar i punkten  $a$ .

(b) Formulera analysens huvudsats.

(c) Beräkna  $\frac{d}{dx} \int_{x^3}^5 \frac{\sin t}{1 + t^2} dt$ .

6. För vilka  $x \in \mathbf{R}$  gäller olikheten  $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x$ ?

7. Beräkna  $\int_0^\infty \frac{3x + 1}{(x^2 + 1)^2} dx$  (eller visa divergens).

# Tentamen i Envariabelanalys 1

2018-04-04 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G krävs minst 8 poäng och minst 3 godkända uppgifter. För betyg VG krävs minst 14 poäng och minst 5 godkända uppgifter. Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Skissa grafen för

$$f(x) = x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}.$$

Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.

2. Undersök följande gränsvärden:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 2x - 3} \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 3x}) \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\sin x} + \ln x \right)$$

3. Beräkna de primitiva funktionerna:

$$(a) \int x \ln(1 + x^2) dx \quad (b) \int \cos^3 2x dx \quad (c) \int \frac{x}{\sqrt{2x - x^2}} dx$$

4. Beräkna  $\int_3^{\infty} \frac{5x}{x^3 - x^2 + 4x - 4} dx$  (eller visa divergens).

5. (a) Definiera vad som menas med att  $f$  är deriverbar i punkten  $a$ .  
(b) Formulera analysens huvudsats.

(c) Beräkna  $\frac{d}{dx} \int_{x^3}^5 \frac{\sin t}{1 + t^2} dt$ .

6. För vilka  $x \in \mathbf{R}$  gäller olikheten  $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x$ ?

7. Beräkna  $\int_0^{\infty} \frac{3x + 1}{(x^2 + 1)^2} dx$  (eller visa divergens).