

# Tentamen i Envariabelanalys 1

2018-03-15 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg  $n$  räcker  $4(n-1)$  poäng och  $n$  godkända uppgifter ( $n = 3, 4, 5$ ). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Skissa grafen för  $f(x) = (x^3 + 4)e^{-x}$ . Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.
2. Undersök följande gränsvärden:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\cos(\pi x/2)} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln(1 + 2^x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

3. Beräkna nedanstående primitiva funktioner:

$$(a) \int \frac{x^2 + 2x + 6}{x^2} dx \quad (b) \int \frac{x^2}{x^2 + 2x + 6} dx \quad (c) \int \cos \sqrt{x} dx$$

4. Hur många rella lösningar har ekvationen  $2 \ln x - \arctan 3x - \ln(1 + 9x^2) = k$  för olika värden på parametern  $k \in \mathbf{R}$ ?
5. Beräkna integralerna:

$$(a) \int_{-1}^3 |x^2 - 4| dx \quad (b) \int_2^3 \frac{dx}{(x-1)(x-5)} \quad (c) \int_{-2}^2 \frac{\arctan x}{\ln(2+x^2)} dx$$

6. (a) Definiera vad som menas med att  $f$  är kontinuerlig i punkten  $a$ .  
(b) Sätt  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} x^n$ , för alla  $x \in \mathbf{R}$  sådana att gränsvärdet existerar ändligt. Rita grafen  $y = f(x)$  och avgör om  $f$  är kontinuerlig.
7. Visa att funktionen  $f(x) = 16x^5 + 20x^2 + 15x + 1$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) är inverterbar, och bestäm  $(f^{-1})'(1)$ .