Linköpings tekniska högskola
Matematiska institutionen
Tillämpad matematik

# Tentamen i Envariabelanalys 1 (TATA41)

**2008–01–15 kl 8–13**

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg $n$ räcker $4(n-1)$ poäng och $n$ godkända uppgifter ($n = 3, 4, 5$).

1. Skissa grafen till funktionen $f(x) = 4\arctan(2x) + \dfrac{1+3x}{x}$. Ange alla lokala maxima och minima, samt lodräta och vågräta asymptoter, om sådana finns.

2. Bestäm en primitiv funktion till

   (a) $x^2 e^x$ (b) $\dfrac{x}{x^2 - 4x + 3}$ (c) $\dfrac{\sin 2x}{3 + \sin^2 x}$.

3. Undersök

   (a) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 - 5x + 6}$ (b) $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-2}\right)$ (c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(3x)}{\ln(e+4x) - 1}$.

4. Beräkna $I(b) = \displaystyle\int_1^b \frac{2}{x^3 + x^2 + x + 1}\,dx$ , $b > 1$ samt undersök $\lim\limits_{b\to\infty} I(b)$.

5. (a) Formulera analysens huvudsats.

   (b) Bestäm derivatan av $f(x) = \displaystyle\int_2^{x^3} \sin(t^2)\,dt$.

   (c) Låt $g(x) = \displaystyle\int_x^3 \frac{(t-1)e^{t^2}}{t^2+1}\,dt$. För vilket värde på $x$ antar $g$ sitt största värde?

6. I en punkt på kurvan $y = e^{-2x}$ , $x > 0$ , dras kurvans tangent. Denna skär, tillsammans med koordinataxlarna, ut en triangel. Vilka värden kan triangelns area anta?

7. Låt $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$ , $0 < x < \pi$. Visa att $f$ har en deriverbar invers $g = f^{-1}$ och beräkna $g'\left(\dfrac{2}{\pi}\right)$.