Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Tillämpad matematik

Kurskod: TATA24
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA24 Linjär Algebra

2011-12-20 kl 14.00–19.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

8/12/16 poäng räcker för betyg 3/4/5. Godkänd kontrollskrivning ht2011 ger 3 poäng på uppgift 1 (som alltså inte behöver lösas). Markera detta genom att skriva "G" i rutan för uppgift 1.

Lösningsskiss finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

Nedan ges $\mathbb{R}^n$ alltid standardskalärprodukten, och standardbasen ses som ett höger ON-system när lämpligt.

1. Bestäm talet $k \in \mathbb{R}$ så att linjerna
$$(x_1, x_2, x_3) = (3, 0, 2) + t(1, 1, 1),\ t \in \mathbb{R}$$
och
$$(x_1, x_2, x_3) = (0, 1, -1) + s(k, -1, 1),\ s \in \mathbb{R}$$
i $\mathbb{R}^3$ skär varandra och ange skärningspunkten.
Bestäm på normalform (d.v.s. $Ax_1 + Bx_2 + Cx_3 = D$) ekvationen för det plan som för detta värde på k innehåller båda linjerna.

2. (a) Låt $\mathbb{U}, \mathbb{V}$ vara vektorrum med baser $\underline{u}$ respektive $\underline{v}$. Ange definitionen av att den linjära avbildningen $F : \mathbb{U} \to \mathbb{V}$ har matrisrepresentation A i baserna $\underline{u}$, $\underline{v}$.
(b) Låt $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vara spegling genom planet med ekvation $2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$. Bestäm matrisen A till F i standardbasen.

3. Bestäm det polynom $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ som i minstakvadratmening bäst ansluter till nedanstående data:

x	-2	-1	1	2
y	-5	9	9	5

4. Ange det största och minsta avståndet från kurvan $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 = 1$ i $\mathbb{R}^2$ till origo och ange i vilka punkter på kurvan dessa antas.

VÄND !

5. Låt $F : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ vara den avbildning som i standardbasen har matris

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Bestäm ON-baser till $N(F), V(F)$ och $N(F) \cap V(F)$ där $N(F)$ och $V(F)$ är nollrummet respektive värderummet till F.

6. Avbildningen $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ges i standardbasen av matrisen

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{2} & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}.$$

Visa att F är en isometri och tolka F geometriskt.

7. För vilka värden på $a \in \mathbb{R}$ är

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -a & -a \\ 1 & 2+a & 1+a \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

diagonaliserbar?

LYCKA TILL!

Lösningsförslag, TATA24 Linjär Algebra, 2011-12-20

① Sök skärningspunkt mellan linjerna:

$$\begin{cases} 3+t = sk \\ t = 1-s \\ 2+t = -1+s \end{cases} \overset{(+)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} 3+t = sk \\ t = 1-s \\ 2+2t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-1 = sk \\ -1 = 1-s \\ t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ s = 2 \\ t = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow k = 1$ och punkten blir $(3+t, t, 2+t) \underset{t=-1}{=} (2,-1,1)$.

$(1,1,1)$ och $(1,-1,1)$ är parallella med planet $\Rightarrow$

$\underline{e}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \times \underline{e}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix} = \underline{e}\begin{pmatrix}2\\0\\-2\end{pmatrix}$ är normal $\Rightarrow$ planets ekv. är $2x_1 - 2x_3 = D$

Sätt in t.ex. punkten $(2,-1,1) \Rightarrow D = 2\cdot 2 - 2\cdot 1 = 2 \Rightarrow 2x_1 - 2x_3 = 2$

$\Leftrightarrow x_1 - x_3 = 1$

<u>Svar</u> $k = 1$
skärningspunkt $(2,-1,1)$
plan $x_1 - x_3 = 1$

---

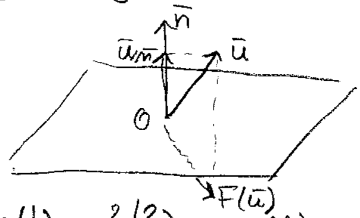
② a) $F: U \to V$ har matris A i baserna $\underline{u}$ för U och $\underline{v}$ för V om

$F(\underline{u}X) = \underline{v}AX$ för alla $\underline{u}X \in U$.

(Kolonn j i matrisen A är koordinaterna för $F(\bar{u}_j)$ i basen $\underline{v}$ för V, där $\bar{u}_j$ är j:te basvektorn i basen $\underline{u}$ för U)

b) $F: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ spegling i planet $2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$ ges av

$F(\bar{u}) = \bar{u} - 2\bar{u}_{/\!/\bar{n}} = \bar{u} - 2\dfrac{\bar{u}\cdot\bar{n}}{|\bar{n}|^2}\bar{n}$



där $\bar{n} = \underline{e}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ $\Rightarrow$

$F(\bar{e}_1) = \bar{e}_1 - 2\dfrac{\bar{e}_1\cdot\bar{n}}{|\bar{n}|^2}\bar{n} = \underline{e}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} - 2\dfrac{\underline{e}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\cdot\underline{e}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}}{2^2+(-2)^2+1^2}\underline{e}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} = \underline{e}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} - 2\cdot\dfrac{2}{9}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} = \underline{e}\,\dfrac{1}{9}\begin{pmatrix}1\\8\\-4\end{pmatrix}$

$F(\bar{e}_2) = \bar{e}_2 - 2\dfrac{\bar{e}_2\cdot\bar{n}}{|\bar{n}|^2}\bar{n} = \underline{e}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} - 2\cdot\dfrac{-2}{9}\underline{e}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} = \underline{e}\,\dfrac{1}{9}\begin{pmatrix}8\\1\\4\end{pmatrix}$

$F(\bar{e}_3) = \bar{e}_3 - 2\dfrac{\bar{e}_3\cdot\bar{n}}{|\bar{n}|^2}\bar{n} = \underline{e}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} - 2\cdot\dfrac{1}{9}\underline{e}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} = \underline{e}\,\dfrac{1}{9}\begin{pmatrix}-4\\4\\7\end{pmatrix}$

kolonner i A

$\Rightarrow$ <u>Svar</u> $A = \dfrac{1}{9}\begin{pmatrix}1 & 8 & -4\\ 8 & 1 & 4\\ -4 & 4 & 7\end{pmatrix}$

③ Vi skulle vilja lösa
$$\begin{cases} -5 = a_0 - 2a_1 + 4a_2 \\ 9 = a_0 - a_1 + a_2 \\ 9 = a_0 + a_1 + a_2 \\ 5 = a_0 + 2a_1 + 4a_2 \end{cases} \iff AX = B \text{ där}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -5 \\ 9 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$AX=B$ är olösbart (kontrolleras enkelt), minstakvadratlösningen fås då ur normalekvationerna $A^tAX = A^tB$.

$$A^tA = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 10 \\ 0 & 10 & 0 \\ 10 & 0 & 34 \end{pmatrix},\ A^tB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -5 \\ 9 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 20 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & 10 & 18 \\ 0 & 10 & 0 & 20 \\ 10 & 0 & 34 & 18 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & 10 & 18 \\ 0 & 10 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 9 & -27 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 5/2 & 9/2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array}\right) \iff \begin{cases} a_0 = 9/2 - 5/2\,a_2 = 12 \\ a_1 = 2 \\ a_2 = -3 \end{cases}$$

(första raden $\cdot(-\tfrac{5}{2})$ adderas till tredje raden)

Svar $p(x) = 12 + 2x - 3x^2$

---

④ $Q(x_1,x_2) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 = (x_1\ x_2)\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = X^tAX$

Diagonalisera:

$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & 2 \\ 2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)^2 - 4 = 0 \iff \lambda = 3 \pm 2$

$\lambda_1 = 5$, egenvektorer $AX = 5X$ ger $\left(\begin{array}{cc|c} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow X = t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, ta $\bar{f}_1 = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

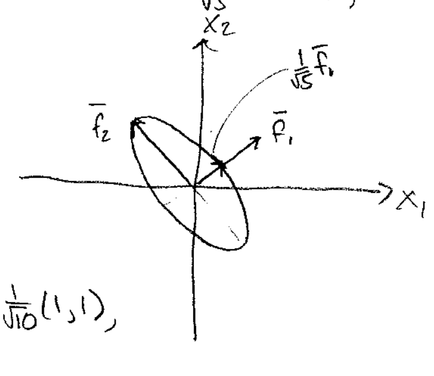
$\lambda_2 = 1$, $AX = X$ ger $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow X = t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, ta $\bar{f}_2 = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Med $\underline{f} = \underline{e}T = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ och $X = TY$ blir

$Q = Y^t\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}Y = 5y_1^2 + y_2^2$

$Q = 1 \iff 5y_1^2 + y_2^2 = 1$, ellips med halvaxlar $\frac{1}{\sqrt{5}}$ och 1, som ligger längs $\bar{f}_1$ och $\bar{f}_2$

Kortaste avstånd till origo är $\frac{1}{\sqrt{5}}$ vid $\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\bar{f}_1 = \pm\underline{e}\frac{1}{\sqrt{10}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Längsta är 1 vid $\pm\bar{f}_2 = \pm\underline{e}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



Svar Kortaste avstånd är $\frac{1}{\sqrt{5}}$ till $\pm\frac{1}{\sqrt{10}}(1,1)$, längsta är 1 till $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(-1,1)$

---

5. $N(F)$ fås ur $AX=0$:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$x_3 = t,\ x_4 = s \Rightarrow x_1 = 2s,\ x_2 = t$

$\Rightarrow X = s\begin{pmatrix}2\\0\\0\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}$. Kolonnerna är ortogonala så normering

ger ON-bas för $N(F)$: $\bar{u}_1 = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}2\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,0,0,1)$, $\bar{u}_2 = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,1,0)$

$\dim N(F) = 2 \Rightarrow \dim V(F) = \dim \mathbb{R}^4 - \dim N(F) = 4-2 = 2 \Rightarrow$

två oberoende kolonner i A spänner upp $V(F)$, t.ex

$\bar{w}_1 = \underline{e}\begin{pmatrix}2\\0\\0\\1\end{pmatrix}$ och $\bar{w}_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\2\\0\end{pmatrix}$. De är ej ortogonala, använd

Gram-Schmidt för att få en ON-bas $\bar{v}_1, \bar{v}_2$ för $V(F)$:

$$\bar{v}_1 = \frac{\bar{w}_1}{|\bar{w}_1|} = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}2\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,0,0,1)$$

$$\bar{v}_2 = \frac{\bar{z}_2}{|\bar{z}_2|} \text{ där } \bar{z}_2 = \bar{w}_2 - (\bar{w}_2 \bullet \bar{v}_1)\bar{v}_1 = \underline{e}\begin{pmatrix}1\\1\\2\\0\end{pmatrix} - \frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\underline{e}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}2\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \underline{e}\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1\\5\\10\\-2\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{v}_2 = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{130}}\begin{pmatrix}1\\5\\10\\-2\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{130}}(1,5,10,-2)$$

$N(F)\cap V(F)$: Vi ser att $\bar{u}_1 = \bar{v}_1$. Eftersom $\bar{u}_2 \neq \pm\bar{v}_2$ har $V(F)$ och $N(F)$ bara en dimension gemensam och $\bar{u}_1$ är ON-bas för $N(F)\cap V(F)$

Alternativt I) Lös $\lambda_1(2,0,0,1) + \lambda_2(0,1,1,0) = \lambda_3(2,0,0,1) + \lambda_4(1,1,2,0)$ för att hitta element i $N(F)\cap V(F)$.

Alt. II) Ekv. för $V(F)$ fås ur $AX=Y$ $\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & -4 & y_1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & y_2 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & y_3 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & y_4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 & y_4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_3-2y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_1-y_2-2y_4 \end{array}\right)$

ger $\begin{cases} y_3 - 2y_2 = 0 \\ y_1 - y_2 - 2y_4 = 0 \end{cases}$ Sätt in $s\begin{pmatrix}2\\0\\0\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}$ här $\Rightarrow t = 0$

<u>Svar</u> ON-bas för $N(F)$: $\frac{1}{\sqrt{5}}(2,0,0,1)$, $\frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,1,0)$

ON-bas för $V(F)$: $\frac{1}{\sqrt{5}}(2,0,0,1)$, $\frac{1}{\sqrt{130}}(1,5,10,-2)$

ON-bas för $N(F)\cap V(F)$: $\frac{1}{\sqrt{5}}(2,0,0,1)$

⑥ $A^tA = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}1 & \sqrt{2} & 1\\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2}\\ 1 & -\sqrt{2} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -\sqrt{2} & 1\\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2}\\ 1 & \sqrt{2} & 1\end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}4 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix} = I \Rightarrow A^t = A^{-1}$

$\Rightarrow$ F isometri (ty repr. av ortogonal matris A i ON-bas)

$\det A = \frac{1}{8}\begin{vmatrix}1 & -\sqrt{2} & 1\\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2}\\ 1 & \sqrt{2} & 1\end{vmatrix} = \frac{1}{8}(0+2+2-0+2+2) = +1 \Rightarrow$ F vridning

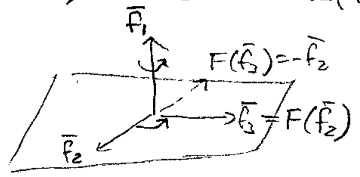
vridningsaxel fås ur $AX = X \Leftrightarrow (A-I)X = 0$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}-1/2 & -1/\sqrt{2} & 1/2 & 0\\ 1/\sqrt{2} & -1 & -1/\sqrt{2} & 0\\ 1/2 & 1/\sqrt{2} & -1/2 & 0\end{array}\right) \underset{\text{skala om rader}}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c}-1 & -\sqrt{2} & 1 & 0\\ 1 & -\sqrt{2} & -1 & 0\\ 1 & \sqrt{2} & -1 & 0\end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c}-1 & -\sqrt{2} & 1 & 0\\ 0 & -2\sqrt{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{array}\right) \Rightarrow X = t\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$$

ta $\bar{f}_1 = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$, och sedan $\bar{f}_2 = \underline{e}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ (ortogonal mot $\bar{f}_1$) och $\bar{f}_3 = \bar{f}_1 \times \bar{f}_2 = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3$ höger ON-bas

$F(\bar{f}_2) = \underline{e}A\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \underline{e}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix} = \bar{f}_3$



$\Rightarrow$ vridningen är vinkeln $\frac{\pi}{2}$ moturs (från spetsen av $\bar{f}_1$ sett). Att $F(\bar{f}_3) = -\bar{f}_2$ kan testas som kontroll.

Svar: F är en vridning $\frac{\pi}{2}$ kring $\underline{e}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$.

---

⑦ A är diagonaliserbar $\Leftrightarrow$ det finns en bas av egenvektorer

$$\det(A-\lambda I) = \begin{vmatrix}-\lambda & -a & -a\\ 1 & 2+a-\lambda & 1+a\\ -1 & -2 & -1-\lambda\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}-\lambda & -a & 0\\ 1 & 2+a-\lambda & \lambda-1\\ -1 & -2 & 1-\lambda\end{vmatrix} = (\lambda-1)\begin{vmatrix}-\lambda & -a & 0\\ 1 & 2+a-\lambda & 1\\ -1 & -2 & -1\end{vmatrix} =$$

$$= (\lambda-1)\begin{vmatrix}-\lambda & -a & 0\\ 0 & a-\lambda & 0\\ -1 & -2 & -1\end{vmatrix} = (\lambda-1)\cdot(-\lambda)(a-\lambda)\cdot(-1) = -\lambda(\lambda-1)(\lambda-a) = 0$$

$\Rightarrow \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = a$

Om $a \neq 0,1$ har vi tre olika egenvärden som har oberoende egenvektorer. Om $a=0$ eller $a=1$ har vi en dubbelrot som måste undersökas

$\underline{a=0}$, $\lambda_1 = \lambda_3 = 0$, egenvektorer $AX=0$: $\left(\begin{array}{ccc|c}0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 1 & 0\\ -1 & -2 & -1 & 0\end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c}1 & 2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{array}\right) \Rightarrow X = t\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ 2 oberoende egenvektorer till $\lambda = 0$. Tillsammans med egenvektor till $\lambda_2 = 1$ får vi en bas av egenvektorer.

$\underline{a=1}$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$, egenvektorer $AX = X$: $\left(\begin{array}{ccc|c}-1 & -1 & -1 & 0\\ 1 & 2 & 2 & 0\\ -1 & -2 & -2 & 0\end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{array}\right) \Rightarrow X = t\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ endast en egenvektor till $\lambda = 1$ som tillsammans med egenvektor till $\lambda_1 = 0$ ej kan bilda bas

Svar: A är diagonaliserbar om $a \neq 1$
