Svar till Tentamen Linjär algebra TAIU05, 110819

1. Sarrus regel ger att $\det A = 2+8+8-4-8-4 = 2$. Vi har att

$$A^{-2} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 8 & 4 & -10 \\ 4 & 8 & -10 \\ -10 & -10 & 17 \end{pmatrix}.$$

2. Vi löser ut X ur ekvationen och vi får $X = A^{-1}(A^{-1} - B - B^{-1}) \Leftrightarrow$

$$X = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\left(\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\right)$$
$$= \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -6 & -11 \end{pmatrix}.$$

3. Punkten $R = \frac{1}{3}(4, 8, 5)$ och avståndet till origo blir $\frac{\sqrt{105}}{3}$.

4. Egenvärden 1, 2 och 3, med respektive mängd egenvektorer $t(0,-1,1)$, $t(1,-1,0)$ resp. $t(1,-1,1)$, $t \neq 0$. Matrisen D har egenvärdena på diagonalen och T har motsv. egenvektorer som kolonner.

5. Lösningen till systemet blir

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 4e^{7t}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - e^{5t}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

6. Avbildningsmatrisen blir

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Till exempel $\bar{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1,-2,1)$, $\bar{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)$, $\bar{f}_3 = \bar{f}_1 \times \bar{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1,0,1)$. Sambandet $X = TY$ mellan koordinaterna i den gamla basen och den nya ger därefter att $Y = T^t X = \frac{1}{\sqrt{6}}(0, 6\sqrt{2}, 2\sqrt{3})$.