LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Jesper Thorén

Tentamen TAIU05/TEN1 Linjär algebra 6hp, 090817, kl 8-13.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. För betyg 3, 4 resp. 5 räcker 8, 11 resp. 14 poäng. Resultat meddelas via epost och tid för visning via kursens hemsida.
OBS! Alla koordinater är givna i en positivt orienterad ON-bas $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ för rummet (motsv. för planet).

1. Låt
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Beräkna A^3, determinanten av A samt inversen av A om den finns.

2. Finn en 2×2 matris X sådan att $BX^{-1} = A^{-1}$, där
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Bestäm normalekvationen för planet M som innehåller de tre punkterna $A : (1, 1, 2)$, $B : (1, -1, 3)$ och $C : (2, 3, 4)$. Bestäm därefter skärningen mellan planet M och linjen L som går genom punkterna $D : (1, 2, 0)$ och $E : (3, 4, 2)$. Avgör slutligen om punkten $F : (1, 0, 1)$ ligger på linjen L.

4. Visa att vektorerna $\bar{f}_1 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2$ och $\bar{f}_2 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2$ bildar en bas för planet. Antag att den linjära avbildningen F har matrisen $A_e = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ i basen $\bar{e}_1, \bar{e}_2$. Bestäm A_f, dvs F:s matris i basen $\bar{f}_1, \bar{f}_2$.

5. Lös systemet av differentialekvationer
$$\begin{cases} x_1'(t) = x_1(t) - 4x_2(t), \\ x_2'(t) = 6x_1(t) + 11x_2(t), \end{cases}$$
med begynnelsevärden $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 1$.

6. Bestäm matrisen A för ortogonal projektion på planet $2x_1 + x_3 = 0$.

7. Bestäm en positivt orienterad ON-bas $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3$ för rummet sådan att $\bar{f}_1$ är parallell med skärningen mellan planen $x + y - z = 0$ och $x + y = 0$ och $\bar{f}_2$ är parallell med $x + y = 0$.