

Tentamen
764G06 Diskret matematik och logik, 6 hp
2017-04-18, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

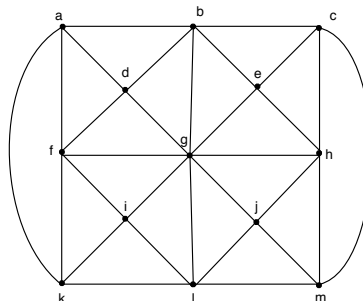
Tillåtna hjälpmedel: I kursen utdelat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. a) Finns det en graf med precis 3 noder av grad 5, 3 noder av grad 7 och 17 noder av grad 1? Motivera.
b) ~~Låt $A = \{1, 2, 3\}$ och $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Hur många funktioner finns det från A till B ? Hur många av dessa är injektiva?~~

2. Betrakta grafen intill.

- a) Ange en öppen respektive sluten eulerväg om de finns, eller motivera varför någon av dem, eller båda, inte finns.
- b) Ange en hamiltoncykel eller motivera varför sådan inte finns.
- c) Ange ett spännande träd för grafen.



3. Hur många olika bokstavsföljder med 7 bokstäver kan man bilda med bokstäverna i ordet PÅSKÄGG? Hur många av dessa bokstavsföljder innehåller inte följden GÅS någonstans i bokstavsföljden?
4. Gäller följande påståenden för alla mängder A , B och C ? Bevisa likheten om den gäller respektive ge ett konkret motexempel om den inte är gällande.
 - a) $(A^c \cap B) \cup (A \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = (A \cup B) \setminus (A \cap C^c)$
 - b) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$
5. Avgör utifrån någon av metoderna i kursen huruvida följande logiska slutledningar är korrekta eller ej.
 - a) $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \Rightarrow p$
 - b) $p \wedge (\neg r \rightarrow q \wedge s) \wedge (r \rightarrow \neg p) \Rightarrow s$

6. ~~På mängden $\mathcal{U} = \{a, b, c, d, e, f\}$ definierar vi relationen~~

$$\mathcal{R} = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle e, c \rangle, \langle e, f \rangle, \langle f, a \rangle, \langle f, e \rangle, \langle f, f \rangle \}.$$

~~Ange relationsmatrisen och relationsgraf. Är relationen reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk eller transitiv? Motivera tydligt för var och en av dessa fyra egenskaper. Motivera också tydligt varför eller varför inte den är en ekvivalensrelation respektive en partialordning.~~

7. Låt K_n beteckna den fullständiga grafen med n noder. Bestäm antalet olika hamiltoncykler i K_n för $n \geq 3$. (Notera att vi betraktar två cykler som lika om de representerar samma väg (med samma riktning), men startar på olika ställen. Sådana ska alltså inte räknas som olika.)