

Tentamen

764G06 Diskret matematik och logik, 6 hp

2017-01-10, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: I kursen utdelat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

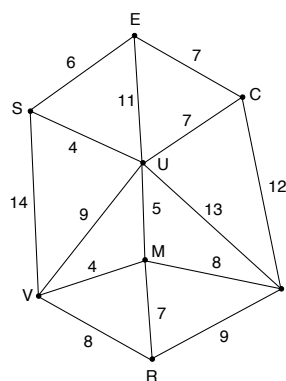
Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. a) Finns det en graf som är ett träd med precis 27 noder och 26 bågar? Motivera.
b) Finns det en oriktad graf med endast fyra noder av grad 1, två noder av grad 3, tre noder av grad 5 och en nod av grad 6? Motivera.
c) En oriktad graf innehåller fem noder av grad 4, en av grad 3, fyra av grad 2 och en nod av gradtalet 5. Finns det en sluten eller öppen eulerväg i en sådan graf?
2. Betrakta de två satslogiska utsagorna $S_1: p \wedge (q \vee r)$ och $S_2: (p \wedge q) \vee r$. Avgör om S_1 och S_2 är logiskt ekvivalenta eller om någon av dem logiskt implicerar den andra?
3. I en studentgrupp med 12 personer ska tre väljas ut för att ordna en vårutflykt. Cecilia och Moa, som är två av de 12, har som krav att om en av dem väljs ska båda vara med och arrangera vårutflykten. På hur många olika sätt kan då gruppen om tre personer väljas ut?
4. ~~Låt $\mathcal{U} = \{1, 2, 3\}$. På \mathcal{U} definieras relationen $\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$. Rita relationsgraf och motivera huruvida \mathcal{R} är reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk respektive transitiv. Föreslå vad som minst behöver läggas till eller tas bort för att den ska uppfylla en viss egenskap som den nu inte gör. (En i taget, inte alla på en gång.) Är \mathcal{R} i sin ursprungliga form en ekvivalensrelation på \mathcal{U} ? Varför eller varför inte?~~
5. Avgör om följande påståenden är sanna för alla mängder A , B och C . Bevisa likheten om den gäller respektive ge ett konkret motexempel om den inte gäller.

a) $A \cap (B \setminus C)^c = (B^c \cap A) \cup (A \cap C)$

b) $A^c \cap (B \cup C) = (A^c \cap B) \cap (A^c \cap C)$

6. a) Ett bredbandsnät skall dras i Linköping mellan områdena Tannefors (T), Ekholmen (E), Ryd (R), Valla (V), Malmslätt (M), City (C), Skäggetorp (S) och Universitetet (U). I grafen intill ser du möjliga vägar (bågarna) och vad kostnaderna för dem är. Bestäm ett billigaste spännande träd i grafen. Motivera varje steg.



- b) Om en sammanhängande graf G har nodmängden $N(G)$ och bågmängden $B(G)$, hur många av bågarna i G tas INTE med i det uppspännande träd som Kruskals algoritm genererar?
7. Visa att följande logiska implikation är sann för alla mängder A , B och C .
(Ledning: Formulera först implikationen som ett satslogiskt uttryck med lämpliga satser.)

$$(A \cap C = B \cap C) \wedge (A \cup C = B \cup C) \Rightarrow A = B$$