

# Tentamen

Linköpings Universitet, Institutionen för datavetenskap, Statistik

---

Kurskod och namn: 732G71 Statistik B

Datum och tid: 2015-12-09, 8-12

Jourhavande lärare: Bertil Wegmann

Tillåtna hjälpmedel: Ett A4-blad med egna handskrivna anteckningar (båda sidor) samt räknedosa.

Betygsgränser: Tentamen omfattar totalt 20p. Godkänt från 12p, väl godkänt från 16p.  
Siffrorna i uppgifterna är delvis påhittade.

---

Redovisa och motivera tydligt alla dina lösningar!

## Uppgift 1 (4p)

Företaget *Sunt och hälsosamt* säljer produkter inom hälsobranschen. För att beräkna ett sammansatt prisindex för företagets två produkter sammanställde man följande information för åren 2012-2014:

År	Produkt Klassisk	Antal sålda enheter	Produkt Trendig	Antal sålda enheter
	Pris/st (kr)		Pris/st (kr)	
2012	979	5642	1199	6549
2013	979	6724	1299	8486
2014	999	7326	1399	9234

- Beräkna ett sammansatt prisindex för företagets två produkter med Paasches viktsystem. (3p)
- Motivera varför Paasches viktsystem är att föredra framför Laspeyres viktsystem för beräkningen i a). (1p)

## Uppgift 2 (6p)

Företaget *Sunt och hälsosamt* vill även utvärdera priselasticiteten för produkten Klassisk. Därför tog man ett urval av de senaste åtta årens efterfrågan och prisutveckling för denna produkt. Detta gav följande efterfrågekvantiteter (antal sålda enheter), prisindex för produkten samt relativprisindex för produkten för dessa år:

År	Prisindex	Antal sålda enheter	Relativprisindex
2007	100	4210	129,5
2008	91,7	5020	114,7
2009	87,5	5200	109,9
2010	85,8	5290	106,4
2011	83,3	5680	100,7
2012	81,7	6040	97,8
2013	81,7	6724	97,8
2014	83,3	7326	100

- Relativprisindexet för produkten räknades ut med hjälp av konsumentprisindex (KPI) som jämförelsegrupp. Beräkna utifrån detta det KPI som användes. Använd basår 2007. (1p)
- Skriv upp formeln för en efterfrågemodell där efterfrågan av produkten antas förklaras av produktens relativprisindex. (1p)
- Testa på 5 % signifikansnivå om produktens priselasticitet är mindre än -1 under alternativhypotesen. Den skattade standardavvikelsen av feltermerna är  $s = 0.037$ . (4p)

## Uppgift 3 (6p)

En fastighetsmäklare ville ta fram en lämplig multipel linjär regressionsmodell för att skatta lägenhetspriser i en stad utifrån area i kvadratmeter, bostadsavgift per månad och läget på lägenheten (i centrum, utanför centrum maximalt 2 kilometer (km) från centrum, minst 2 km utanför centrum). Därför tog fastighetsmäklaren ett urval av lägenheter och registrerade värden på följande variabler:

$y$  = lägenhetspris i tusentals kronor

$x_1$  = area i kvadratmeter

$x_2$  = bostadsavgift i kronor

$x_3$  = 1 om lägenheten såldes i centrum, 0 annars

$x_4$  = 1 om lägenheten såldes utanför centrum maximalt 2 km från centrum, 0 annars

Nedan visas skattningar av de två multipla linjära regressionsmodeller som fastighetsmäklaren fann mest intressanta:

**MODELL 1:**

**Regression Analysis: y versus x\_1; x\_2**

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	2	28831261	14415631	19,17	0,000
x_1	1	18566256	18566256	24,69	0,000
x_2	1	7273117	7273117	9,67	0,003
Error	39	29329999	752051		
Total	41	58161260			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
867,209	49,57%	46,99%	39,66%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	2154	322	6,69	0,000	
x_1	61,3	12,3	4,97	0,000	6,43
x_2	-0,675	0,217	-3,11	0,003	6,43

Regression Equation

$$y = 2154 + 61,3 x_1 - 0,675 x_2$$

**MODELL 2:**

**Regression Analysis: y versus x\_1; x\_2; x\_3; x\_4**

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	10608213	2652053	24,96	0,000
x_1	1	18847510	18847510	44,34	0,000
x_2	1	2538752	2538752	5,97	0,019
x_3	1	9209173	9209173	21,66	0,000
x_4	1	647458	647458	1,52	0,225
Error	37	15728406	425092		
Total	41	58161260			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
651,991	70,03%	70,03%	63,02%

Coefficients

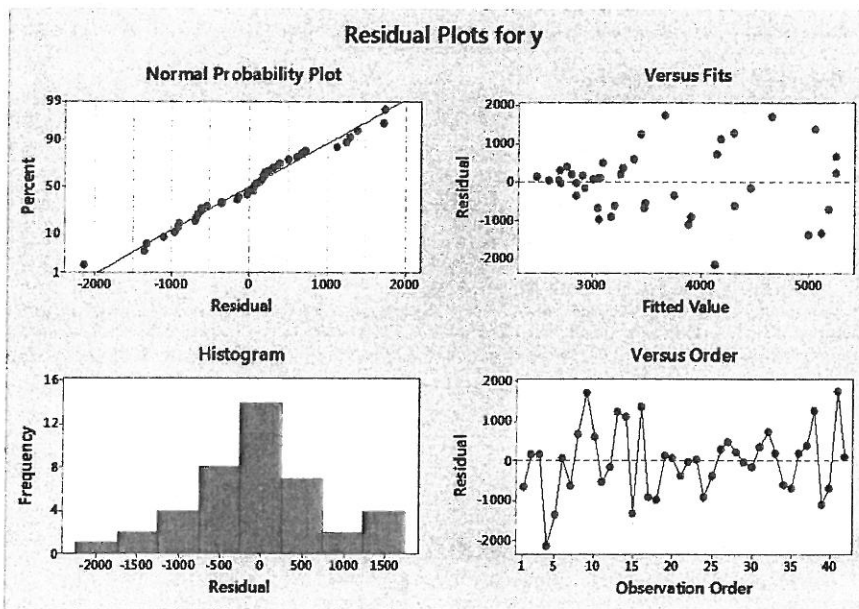
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	223	477	0,47	0,643	
x_1	62,51	9,39	6,66	0,000	6,58
x_2	-0,418	0,171	-2,44	0,019	7,09
x_3	1724	370	4,65	0,000	3,39
x_4	419	339	1,23	0,225	2,68

Regression Equation

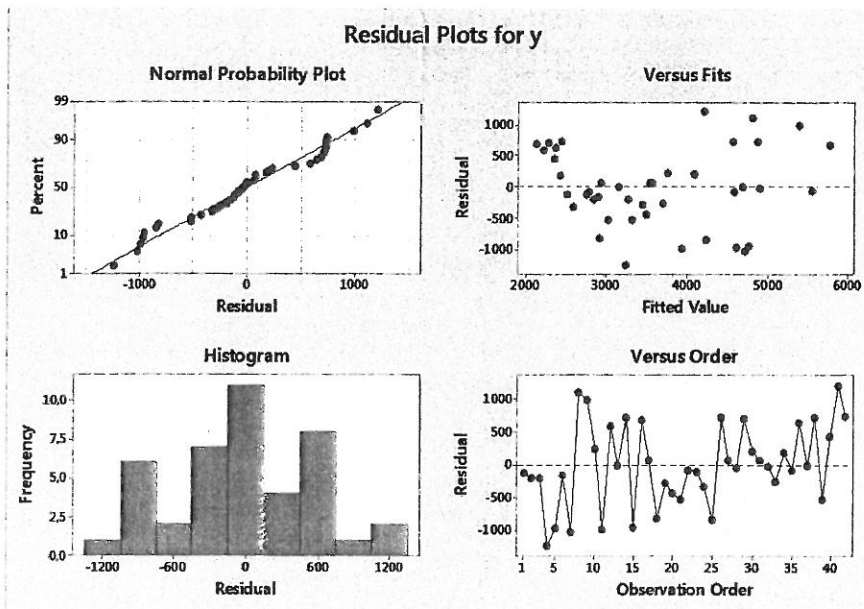
$$y = 223 + 62,51 x_1 - 0,418 x_2 + 1724 x_3 + 419 x_4$$

- Beräkna förklaringsgraden i modell 2 och tolka den i ord. (1p)
- Vilken modell är bäst utifrån justerad förklaringsgrad? Motivera. (1p)
- Testa med ett test på 5 % signifikansnivå om läget på lägenheter i staden signifikant bidrar till att förklara lägenhetspriserna i modellen. Dra fullständig slutsats av ditt test i ord. (2p) (om ant. frihetsgrader för kritiska värdet för testet inte finns i tabell, använd närliggande värde).
- Välj bästa modell utifrån dina svar i uppgift b) och c) och motivera om respektive regressionsantagande för feltermerna verkar vara uppfyllda för ditt val av modell. (2p)

**MODELL 1:**

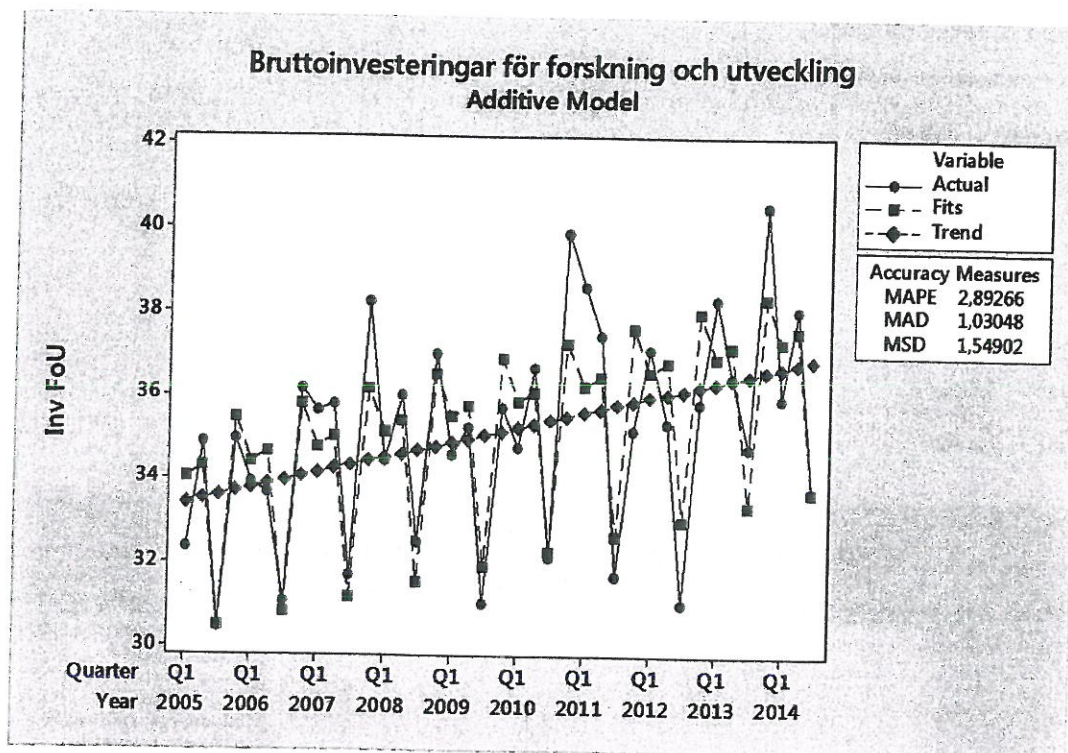


**MODELL 2:**



## Uppgift 4 (4p)

Fasta bruttoinvesteringar för forskning och utveckling i fasta priser för år 2014 samlas in kvartalsvis av statistiska centralbyrån för varje år. Nedan presenteras resultaten av klassiska komponentuppdelningar från Minitab fr.o.m. kvartal 1 år 2005 t.o.m. kvartal 3 år 2014 (i miljarder kronor) för både additiv och multiplikativ modell.



## Time Series Decomposition for Inv FoU

Additive Model

Data      Inv FoU  
Length    39  
NMissing  0

Fitted Trend Equation

$$Y_t = 33,344 + 0,0904 \times t$$

Seasonal Indices

Period	Index
1	0,61658
2	0,77639
3	-3,13955
4	1,74658

Accuracy Measures

MAPE 2,89266  
MAD 1,03048  
MSD 1,54902

## Time Series Decomposition for Inv FoU

Multiplicative Model

Data Inv FoU  
Length 39  
NMissing 0

Fitted Trend Equation

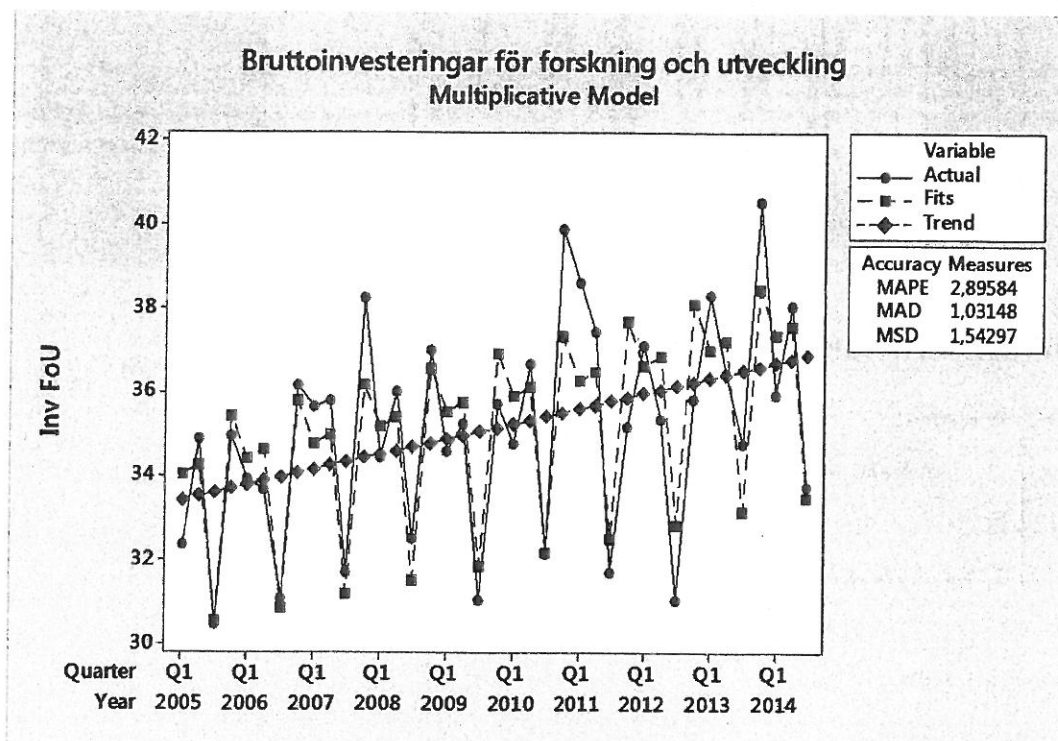
$$Y_t = 33,336 + 0,0909 \times t$$

Seasonal Indices

Period	Index
1	1,01862
2	1,02223
3	0,90824
4	1,05090

Accuracy Measures

MAPE	2,89584
MAD	1,03148
MSD	1,54297



- Vilken av komponentuppdelningarna verkar anpassa data bäst? Motivera. (1p)
- Tolka säsongskomponenten för kvartal 3 i ord för både den additiva och multiplikativa modellen. (1p)
- Beräkna en prognos för kvartal 4 år 2014 med hjälp av den multiplikativa modellen och en prognos för kvartal 1 år 2015 med hjälp av den additiva modellen. Tolka prognoserna i ord. (2p)



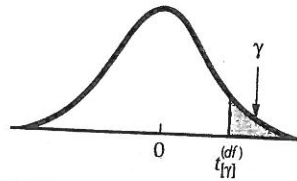


TABLE A2 A *t*-Table: Values of  $t^{(df)}$

<i>df</i>	$t^{(df)}$ [.10]	$t^{(df)}$ [.05]	$t^{(df)}$ [.025]	$t^{(df)}$ [.01]	$t^{(df)}$ [.005]
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
inf.	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Source: From "Table of Percentage Points of the *t*-Distribution," by Maxine Merrington, *Biometrika* 32 (1941), 300. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.

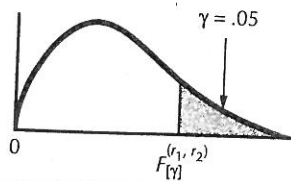


TABLE A3 An F-Table: Values of  $F_{[\gamma]}$

Denominator Degrees of Freedom, $r_2$	Numerator Degrees of Freedom, $r_1$									Denominator Degrees of Freedom, $r_2$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	1
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	2
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	3
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	4
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	5
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	6
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	7
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	8
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	9
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	10
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	11
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	12
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	13
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	14
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	15
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	16
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	17
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	18
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	19
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	20
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	21
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	22
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	23
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	24
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	25
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	26
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	27
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	28
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.23	29
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	30
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.13	40
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.05	60
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.97	120
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.89	∞

Source: From "Tables of Percentage Points of the Inverted Beta ( $F$ )-Distribution," by Maxine Merrington and Catherine M. Thompson, *Biometrika* 33 (1943), 73-88. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.



Denominator Degrees of Freedom, $r_2$	Numerator Degrees of Freedom, $r_1$									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
$\infty$	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00