IDA Arkiv

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-12-16
Sal (8) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och ringa in vilken sal som avses	U3 U4 U6 U7 U10 U11 U14 U15
Tid	14-18
Kurskod	732G71
Provkod	TENT
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Statistik B Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Kalle Wahlin
Telefon under skrivtiden	0709-719096
Besöker salen ca kl.	15.15
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Carita Lilja, 1463, carita.lilja@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Räknedosa av valfri modell
Övrigt	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutigt
Antal exemplar i påsen	

Tentamen

Linköpings Universitet, Institutionen för datavetenskap, Statistik

---

Kurskod och namn:	732G71 Statistik B
Datum och tid:	2010-12-16, 13-17
Jourhavande lärare:	Kalle Wahlin
Tillåtna hjälpmedel:	Valfri räknedosa.
Betygsgränser:	Tentamen omfattar totalt 15p. Godkänt från 9p, väl godkänt från 12p.
	Formelsamling och tabeller följer efter uppgifterna. Svarsformulär till uppgifterna 2-5 finns på slutet.
	Siffrorna i uppgifterna är påhittade.

Till uppgift 1 ska fullständig lösning inlämnas. Till uppgifterna 2-5 lämnas endast svar på svarsblankett.

Uppgift 1 (7.5p)

En dagligvarukedja vill undersöka om bredden på det hyllutrymme där en viss vara exponeras påverkar försäljningen. Som hypotes har man att en vara som står i breda rader syns bättre och därmed lättare attraherar kunder. 12 av kedjans butiker valdes ut för experimentet, och följande resultat noterades.

Butik	Hyllutrymme (cm)	Veckovis försäljning (tkr)
1	75	16
2	75	22
3	75	14
4	150	19
5	150	24
6	150	26
7	225	23
8	225	27
9	225	28
10	300	26
11	300	29
12	300	31

Ur tabellen har beräknats

$\sum(x_i-\bar{x})^2=84375$, $\sum(y_i-\bar{y})^2=300.25$, $\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=4162.5$

a) Plotta sambandet mellan hyllutrymme och veckovis försäljning av den studerade varan. Verkar det föreligga något samband? Hurdant? Motivera. (0.5p)
b) Beräkna korrelationskoefficienten mellan hyllutrymme och veckovis försäljning av den studerade varan. (1p)
c) Beräkna med hjälp av minsta kvadratmetoden skattningar av β_0 och β_1 i en enkel linjär regressionsmodell. (1p)
d) Hur stor del av variationen i den veckovisa försäljningen av den studerade varan kan förklaras av hyllutrymmet? (0.5p)
e) Beräkna modellens residualer, åskådliggör dem i en lämplig plott och dra slutsatser. Förefaller modellen välanpassad? Motivera. (1p)
f) Finns det något statistiskt säkerställt samband mellan hyllutrymme och veckovis försäljning av den studerade varan på 5% signifikansnivå? Ställ upp hypoteser, genomför hypotesprövningen och dra slutsatser med ord. (1.5p)
g) Beräkna ett 95% konfidensintervall för hur mycket den veckovisa försäljningen i genomsnitt förväntas förändras om hyllutrymmet ökar med en centimeter. (1p)
h) Beräkna ett 95% prognosintervall för den förväntade veckovisa försäljningen av den studerade varan i en viss butik där varan skyltas med hyllutrymmet 200 cm. (1p)

Uppgift 2 (3p)

Man önskar bestämma vilka faktorer som påverkar priset på diamanter. För ändamålet har samlats in information om

- Karat = diamantens storlek i karat
- Färg = D, E, F, G, H eller I
- Klarhet = VS1, VS2, VVS1, VVS2 eller IF
- Certifierare = vilket organ som bedömt färg och klarhet på diamanten (GIA, HRD eller IGI)
- Pris, i dollar (responsvariabel)

för ett större urval av försålda diamantstenar.

Karat har betecknats *x*. Variablerna färg, klarhet och certifierare har kodats om till binära indikatorvariabler enligt

$$F1=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{färg}=D\\ 0 \text{ annars}\end{cases}\quad F2=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{färg}=E\\ 0 \text{ annars}\end{cases}\quad F3=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{färg}=F\\ 0 \text{ annars}\end{cases}\quad F4=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{färg}=G\\ 0 \text{ annars}\end{cases}$$

$$F5=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{färg}=H\\ 0 \text{ annars}\end{cases}$$

$$K1=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{klarhet}=VS1\\ 0 \text{ annars}\end{cases}\quad K2=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{klarhet}=VS2\\ 0 \text{ annars}\end{cases}\quad K3=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{klarhet}=VVS1\\ 0 \text{ annars}\end{cases}$$

$$K4=\begin{cases}1 \text{ om } \textit{klarhet}=VVS2\\ 0 \text{ annars}\end{cases}$$

$$C1=\begin{cases}1 & om\ certifierare = GIA\\ 0 & annars\end{cases} \quad C2=\begin{cases}1 & om\ certifierare = HRD\\ 0 & annars\end{cases}$$

a) I syfte att finna den bästa modellen börjar man med att köra *best subsets algorithm* (se följande sida). Ta hjälp av denna utskrift och övriga kunskaper om modellbygge som du tillgodogjort dig under kursen för att svara på vilket av följande påståenden som stämmer bäst. (0.5p)

(i) Modellerna 19, 21, 22 och 23 är lika bra eftersom de har samma förklaringsgrad.

(ii) Modell 19 är biased eftersom Mallows C är större än antalet förklaringsvariabler i modellen.

(iii) Modell 2 är den bästa modellen för att förklara priset på diamanter, eftersom den har högst värde på *s*.

(iv) Generellt bör man alltid sträva efter att välja en modell med så många förklaringsvariabler som möjligt.

(v) Modellen som med formelspråk kan uttryckas enligt

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 F1 + \beta_3 F2 + \beta_4 F3 + \beta_5 F4 + \beta_6 F5 + \beta_7 K1 + \beta_8 K2 + \beta_9 K3 + \beta_{10} K4 + \varepsilon_i$$

är den bästa modellen för att förklara priset på diamanter.

(vi) Modellen som med formelspråk kan uttryckas enligt

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 F1 + \beta_3 F2 + \beta_4 F3 + \beta_5 F4 + \beta_6 F5 + \beta_7 K1 + \beta_8 K2 + \beta_9 K3 + \beta_{10} K4 + \beta_{11} C1 + \beta_{12} C2 + \varepsilon_i$$

är den bästa modellen för att förklara priset på diamanter.

Best Subsets Regression

Response is Pris

Modell	Vars	R-Sq	R-Sq(adj)	Mallows Cp	S	x Karat	F1 Färg_D	F2 Färg_E	F3 Färg_F	F4 Färg_G	F5 Färg_H	K1 Klarhet_VS1	K2 Klarhet_VS2	K3 Klarhet_VVS1	K4 Klarhet_VVS2	C1 Certifierare_GIA	C2 Certifierare_HRD
1	1	89.3	89.2	453.3	1117.6	X											
2	1	14.0	13.7	5757.7	3161.8												X
3	2	91.1	91.1	322.0	1016.1	X	X										
4	2	90.0	90.0	401.1	1078.6	X							X				
5	3	91.8	91.8	274.9	976.94	X	X						X				
6	3	91.8	91.8	275.5	977.39	X	X	X									
7	4	92.5	92.4	229.9	937.63	X	X	X					X				
8	4	92.5	92.4	230.3	938.06	X	X	X	X								
9	5	93.2	93.1	184.0	895.60	X	X	X	X				X				
10	5	93.1	93.0	188.6	899.86	X	X	X				X	X				
11	6	94.0	93.9	129.6	842.72	X	X	X	X			X	X				
12	6	93.8	93.7	140.4	853.40	X	X	X				X	X		X		
13	7	94.7	94.6	83.2	794.44	X	X	X	X			X	X		X		
14	7	94.5	94.4	92.8	804.60	X	X	X	X	X		X	X				
15	8	95.3	95.2	41.7	748.18	X	X	X	X	X		X	X		X		
16	8	94.9	94.8	69.1	778.47	X	X	X	X			X	X	X	X		
17	9	95.6	95.5	22.7	725.39	X	X	X	X	X		X	X	X	X		
18	9	95.5	95.3	30.9	734.91	X	X	X	X	X	X	X	X		X		
19	10	95.8	95.7	10.2	709.46	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
20	10	95.6	95.5	24.0	725.79	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	
21	11	95.8	95.6	11.7	710.07	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
22	11	95.8	95.6	12.2	710.64	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X
23	12	95.8	95.6	13.0	710.39	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

En modell med variablerna Karat, Färg och Klarhet anpassas nu och följande (delvis censurerade) regressionsutskrift erhålles.

Regression Analysis: Pris versus Karat; Färg_D; ...

```
The regression equation is
Pris = - 2999 + 12684 Karat + 3316 Färg_D + 1868 Färg_E + 1472 Färg_F
       + 1137 Färg_G + 553 Färg_H - 1549 Klarhet_VS1 - 1861 Klarhet_VS2
       - 734 Klarhet_VVS1 - 1235 Klarhet_VVS2

Predictor        Coef  SE Coef       T      P    VIF
Constant      -2999.1    165.5  -18.12  0.000
Karat         12683.8    164.2   77.22  0.000  1.264
Färg_D         3315.9    212.4   15.61  0.000  1.360
Färg_E         1868.4    157.9   11.83  0.000  1.868
Färg_F         1472.0    140.7   10.46  0.000  2.368
Färg_G         1137.1    145.1    7.84  0.000  2.144
Färg_H          552.7    145.0    3.81  0.000  2.044
Klarhet_VS1   -1548.8    143.8  -10.77  0.000  2.451
Klarhet_VS2   -1860.7    158.9  -11.71  0.000  2.201
Klarhet_VVS1   -733.9    153.8   -4.77  0.000  2.032
Klarhet_VVS2  -1235.4    143.1   -8.63  0.000  2.370

[redacted]   R-Sq = 95.8%   R-Sq(adj) = 95.7%

Analysis of Variance

Source           DF          SS         MS       F      P
Regression       10  3405936386  [redacted]  676.67  0.000
Residual Error  297   149490961  [redacted]
Total           307  3555427347

Source        DF      Seq SS
Karat          1  3173248722
Färg_D         1    67286413
Färg_E         1    24482991
Färg_F         1    23783519
Färg_G         1    21425898
Färg_H         1     5381413
Klarhet_VS1    1    13545559
Klarhet_VS2    1    38875885
Klarhet_VVS1   1      396255
Klarhet_VVS2   1    37509731
```

b) Vilken klarhet är den dyraste? (0.5p)

c) Beräkna en skattning av σ_ε. (0.5p)

d) Vilket av följande påståenden stämmer bäst? (0.5p)

(i) Multikollinearitet kan bedömas vara ett mindre problem om modellen huvudsakligen ska användas för tolkning av samband.
(ii) VIF-värdena bör vara större än 10, annars är modellen biased.
(iii) Multikollinearitet beror på att dataserien inte är stationär.
(iv) De sekventiella kvadratsummorna minskar när fler variabler läggs till i modellen, vilket är ett tecken på låg multikollinearitet.
(v) Det finns inga indiktioner på multikollinearitet i modellen, eftersom VIF-värdena är så pass låga.
(vi) VIF-värdena ökar alltid när vi lägger till fler förklaringsvariabler i modellen.

e) Avgör med ett lämpligt test om minst en av variablerna Färg eller Klarhet ska vara med i modellen. Svara med testfunktionens värde och om testet är signifikant eller ej på 5% nivå. (1p)

Uppgift 3 (2p)

Föreliggande är följande datamaterial.

	Vara 1		Vara 2	
År	Pris/st	Antal försålda	Pris/st	Antal försålda
2007	125.50	1500	50.75	3000
2008	135	750	59.75	5200
2009	140.50	800	65.50	5900

a) Beräkna ett sammansatt fastbasindex av Laspeyretyp. Använd 2007 som basår. (1p)

Givet är också KPI med basår 1980.

År	KPI (basår 1980)
2007	291
2008	301
2009	300

b) Beräkna ett relativprisindex för vara 1 med 2007 som basår. (1p)

Uppgift 4 (1.5p)

En pizzakedja etablerar sig i ett land men är osäkra på vilken prisnivå man ska lägga sig. I syfte att finna en bra nivå gör man därför varje vecka en mindre förändring i prissättningen på standardpizza och studerar det totala antalet sålda standardpizzor under veckan. Man använder sedan en lämplig elasticitetsmodell för att förklara antalet sålda standardpizzor med prisnivån (i kronor). Eftersom den studerade perioden är så pass kort ser man ingen anledning att deflatera priserna.

Följande resultat erhålles vid en analys i Minitab, där log betecknar tiologaritmen.

Regression Analysis: LogQ versus LogP

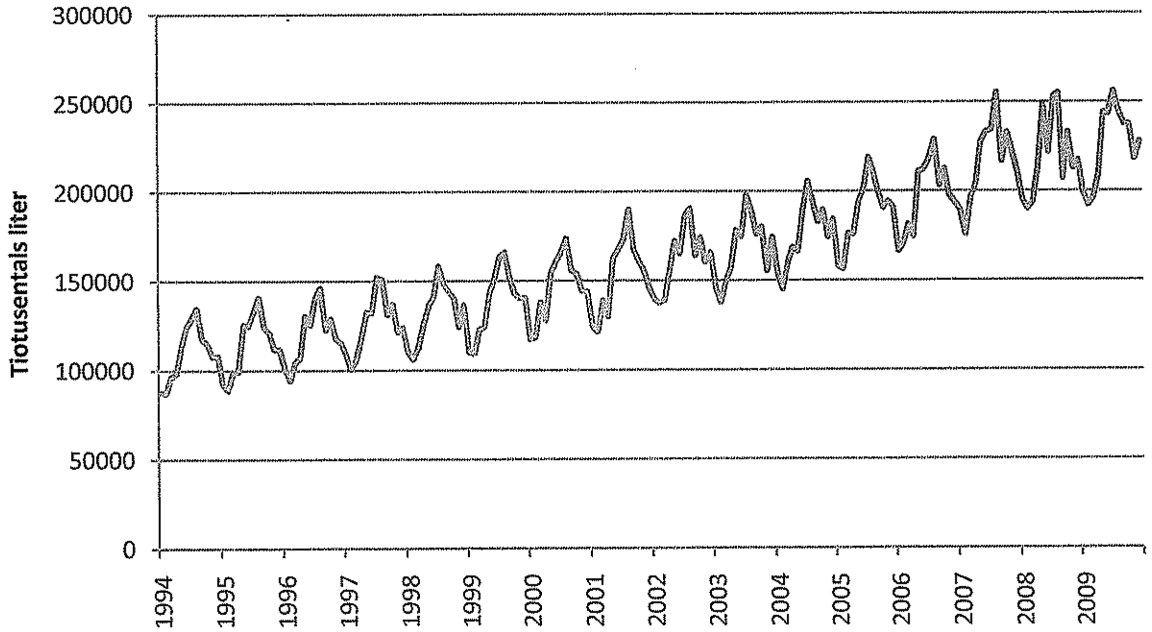
```
The regression equation is
LogQ = 6.65 - 1.92 LogP


Predictor     Coef   SE Coef      T      P
Constant    6.6500    0.4646  14.31  0.000
LogP       -1.9172    0.2414  -7.94  0.000


S = 0.0282299   R-Sq = 88.7%   R-Sq(adj) = 87.3%


Analysis of Variance

Source           DF        SS        MS      F      P
Regression        1  0.050273  0.050273  63.08  0.000
Residual Error    8  0.006375  0.000797
Total             9  0.056648
```

a) Avgör med ett lämpligt test om standardpizza hos den studerade pizzakedjan är en oelastisk vara, det vill säga har en priselasticitet som är större än -1. Svara med testvariabelns värde, tabellvärdet och om testet är signifikant eller ej på 5% nivå. (1p)

b) Beräkna en prognos av det förväntade antalet efterfrågade standardpizzor om priset är 100 kr. (0.5p)

Uppgift 5 (1p)

Föreliggande är ett datamaterial över den månatliga drivmedelsförsäljningen (bensin, diesel och E85) i tiotusentals liter i Sverige under perioden januari 1994 till december 2009.



En klassisk komponentuppdelningsmodell av multiplikativ typ anpassas till tidsserien och följande resultat erhålles.

Time Series Decomposition for Tiotusentals liter

```
Multiplicative Model

Data      Tiotusentals liter
Length    192
NMissing  0

Fitted Trend Equation

Yt = 96941 + 675*t

Seasonal Indices
Period    Index
     1  0.86173
     2  0.82733
     3  0.89226
     4  0.93498
     5  1.06156
     6  1.07368
     7  1.15585
     8  1.17187
     9  1.03388
    10  1.05228
    11  0.96457
    12  0.97001


Accuracy Measures

MAPE         4
MAD       5713
MSD   56074261
```

a) Beräkna en punktskattning av den förväntade drivmedelsförsäljningen i Sverige i december 2010, uttryckt i tiotusentals liter. (0.5p)

Man prövar även att modellera tidsserien med tidsserieregression samt Winters multiplikativa metod, varpå följande resultat erhålles.

Regression Analysis: Tiotusentals liter versus t; jan; ...

The regression equation is
Tiotusentals liter = 93400 + 671 t - 17098 jan - 22078 feb - 11507 mar
- 7345 apr + 14016 maj + 15070 jun + 27997 jul + 29404 aug
+ 8804 sep + 11361 okt - 1447 nov

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	93400	2107	44.32	0.000
t	670.804	9.707	69.11	0.000
jan	-17098	2633	-6.49	0.000
feb	-22078	2632	-8.39	0.000
mar	-11507	2632	-4.37	0.000
apr	-7345	2632	-2.79	0.006
maj	14016	2631	5.33	0.000
jun	15070	2631	5.73	0.000
jul	27997	2631	10.64	0.000
aug	29404	2631	11.18	0.000
sep	8804	2631	3.35	0.001
okt	11361	2631	4.32	0.000
nov	-1447	2631	-0.55	0.583

S = 7440.27   R-Sq = 97.0%   R-Sq(adj) = 96.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	12	3.21612E+11	26800992355	484.14	0.000
Residual Error	179	9909015498	55357628		
Total	191	3.31521E+11			

Durbin-Watson statistic = 1.38152

Winters' Method for Tiotusentals liter

Multiplicative Method

Data   Tiotusentals liter
Length 192

Smoothing Constants

Alpha (level)	0.2
Gamma (trend)	0.2
Delta (seasonal)	0.2

Accuracy Measures

MAPE	3
MAD	5455
MSD	49828573

b) Vilket av följande påståenden stämmer bäst för dessa analyser? (0.5p)

(i) Tidsserieregressionen är ogiltig eftersom inte alla indikatorvariabler är signifikanta.

(ii) Winters metod är sämre än den klassiska komponentuppdelningen eftersom utjämningskonstanterna tillsammans inte summerar till 1.

(iii) Sett till Accuracy measures så är Winters metod bättre än tidsserieregressionen.

(iv) Tidsserieregressionen är olämplig ur prognossynvinkel eftersom Durbin-Watsons statistika visar att modellen saknar signifikant seriell korrelation.

(v) Ingen av metoderna är lämplig eftersom tidsserien inte är stationär.

(vi) De tydliga konjunktursvängningarna i data talar för att en ARMA(1, 1)-modell borde ha använts.

LINKÖPINGS UNIVERSITET
Institutionen för datavetenskap
Statistik, ANd

732G71 STATISTIK B, 8p
Civilekonomprogrammet, år 2, Ht 09
Formelsamling

Formelsamling 2010-10-26

Enkel linjär regressionsanalys:

Modell:

$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i \qquad (= \alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i)$

där $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad regressionslinje:

$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x \qquad (= a + b \cdot x_i)$

där

$$b_1 (= b) = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$b_0 (= a) = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$

Kvadratsummor:

Total: $SST = SS_{yy} = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$

$SS_{xx} = (n-1) \cdot s_x^2 = \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$

$SS_{xy} = \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - n \cdot (\bar{x}) \cdot (\bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}$

Residual: $SSE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = SS_{yy} - b_1 \cdot SS_{xy} = \sum(y_i - \bar{y})^2 - b_1 \cdot \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum y_i^2 - b_0 \cdot \sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i \cdot y_i$

Regression: $SSR = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$

Variansskattning

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

$$s = s_e = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

Förklaringsgrad:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

Korrelationskoefficient:

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum(y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}) \cdot (\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{(n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}}$$

Konfidensintervall, prognosintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 \sim N\left(\beta_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \sim N\left(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Konfidensintervall för β_1*:*

$b_1 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2)\cdot\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}}$ $\left(\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-n\cdot(\bar{x})^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Konfidensintervall för β_0*:*

$b_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2)\cdot s\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{n}+\frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}$ $\left(\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-n\cdot(\bar{x})^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Konfidensintervall för $\mu_{y|x_0}=\beta_0+\beta_1\cdot x_0$*:*

$b_0+b_1\cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2)\cdot s\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{n}+\frac{(x_0-\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}$ $\left(\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-n\cdot(\bar{x})^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Prognosintervall för $y_0=\beta_0+\beta_1\cdot x_0+\varepsilon_0$*:*

$b_0+b_1\cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2)\cdot s\cdot\sqrt{\left(1+\frac{1}{n}+\frac{(x_0-\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}$ $\left(\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-n\cdot(\bar{x})^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Formellt t-test av $H_0:\beta_0=0$*:*

Testfunktion: $t=\frac{b_0}{s_{b_0}}=\frac{b_0}{s\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{n}+\frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}}$ $\left(\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-n\cdot(\bar{x})^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0:\beta_1=0$ *dvs inget samband mellan y och x:*

Testfunktion: $t=\frac{b_1}{s_{b_1}}=\frac{b_1}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}}}$ $\left(\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-n\cdot(\bar{x})^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0:\beta_1=B$ *(där B är något annat än 0):*

Testfunktion: $t=\frac{b_1-B}{s_{b_1}}=\frac{b_1-B}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}}}$ $\left(\sum(x_i-\bar{x})^2=\sum x_i^2-n\cdot(\bar{x})^2=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Vid enkelsidiga mothypotseser jämförs t med $t_{[\alpha]}(n-2)$ (eller med -$t_{[\alpha]}(n-2)$ beroende på mothypotesens riktning).

Formellt F-test av $H_0:\beta_1=0$*:*

Testfunktion: $F=\frac{MSR}{MSE}=\frac{SSR/1}{SSE/(n-2)}$

Jämför med $F_{[\alpha]}(1,n-2)$

Multipel linjär regressionsanalys:

Modell:

$y_i=\beta_0+\beta_1\cdot x_{i1}+\beta_2\cdot x_{i2}+\ldots+\beta_k x_{ik}+\varepsilon_i$

där $\varepsilon_i\sim N(0,\sigma)$.

Anpassad modell:

$\hat{y}=b_0+b_1\cdot x_1+b_2\cdot x_2+\ldots+b_k\cdot x_k$

Kvadratsummor:

$SST = SSE + SSR$

Total: $SST = (n-1)\cdot s_y^2 = \sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n\cdot(\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$

Residual: $SSE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2$

Regression: $SSR = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$

SSE har $n-k-1$ frihetsgrader, SSR har k frihetsgrader.

Variansskattning:

$\widehat{\sigma^2} = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n-k-1}$

Förklaringsgrad:

$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$

Justerad förklaringsgrad:

$$R^2_{adj} = \bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n-k-1)}{SST/(n-1)} = 1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2/(n-k-1)}{\sum(y_i - \bar{y}_i)^2/(n-1)} = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2}$$

Konfidensintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$b_j \sim N(\beta_j, \sigma_{b_j})$

Formellt F-test av $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$:

Testfunktion: $F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n-k-1)}$

Jämför med $F_{[\alpha]}(k, n-k-1)$

Konfidensintervall för β_j:

$b_j \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1)\cdot s_{b_j}$

där s_{b_j} hämtas från datorutskrift.

Formellt t-test av $H_0 : \beta_j = 0$:

Testfuktion: $t = \frac{b_j}{s_{b_j}}$

Jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-k-1)$

Konfidensintervall för $\mu_{y|x_{01},\ldots,x_{0k}}$:

$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1)\cdot s\sqrt{\text{Distance value}}$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s\cdot\sqrt{\text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Prognosintervall för y_0:

$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1)\cdot s\sqrt{1 + \text{Distance value}}$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s\cdot\sqrt{1 + \text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Partiellt F-test av $H_0 : \beta_{g+1} = \ldots = \beta_k = 0$:

Testfunktion: $F = \dfrac{(SSE_R - SSE_C)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)} = \dfrac{(SSR_C - SSR_R)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)}$ ·

där

SSE_R =Residualkvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,

SSE_C =Residualkvadratsumman in den större (kompletta) modellen,

SSR_R =Regressionskvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,

SSR_C =Regressionskvadratsumman in den större (kompletta) modellen, och

$k-g$=skillnaden i antal förklaringsvariabler mellan modellerna.

Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

Alternativ formel: $F = \dfrac{(R^2_{UR} - R^2_R)/r}{(1-R^2_{UR})/(n-k-1)}$

där R^2_{UR} =Förklaringsgraden i den större (kompletta, "unrestricted") modellen och R^2_R =Förklaringsgraden i den mindre (reducerade, "restricted") modellen och $r = k-g$

Jämför med $F_{[\alpha]}(r, n-k-1) = F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

Variance Inflation Factor (VIF):

$VIF = \dfrac{1}{1-R_j^2}$

där R_j^2 =Förklaringsgraden i modell där x_j är y-variabel och övriga x-variabler är förklaringsvariabler.

Sekventiella kvadratsummor:

$SSR = SSR(x_1) + SSR(x_2|x_1) + \ldots + SSR(x_k|x_1, \ldots, x_{k-1})$

där $SSR(x_j|x_1, \ldots, x_{j-1})$ är tillskottet till SSR då variabel x_j läggs till en modell med variablerna $x_1, x_2, \ldots, x_{j-1}$.

Ett partiellt F-test av $H_0 : \beta_{g+1} = \ldots = \beta_k = 0$ kan då göras med testfunktionen

$F = \dfrac{(SSR(x_{g+1}|x_1, \ldots, x_g) + SSR(x_{g+2}|x_1, \ldots, x_{g+1}) + \ldots + SSR(x_k|x_1, \ldots, x_{k-1}))/(k-g)}{MSE}$, Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$

förutsatt att variablerna matas in i ordningen $x_1, x_2, \ldots, x_k$ i modellen.

Exponentiella samband och elasticitetsmodeller:

Logaritmbeteckningar: $\lg x$ betyder 10-logaritmen av x, $\log x$ står för logaritm och man kan välja om man vill använda $\lg x$ eller $\ln x$ (den naturliga logaritmen). Samma sorts logaritm måste användas genomgående i en och samma analys.

Exponentiell modell: $y = \beta_0 \cdot (\beta_1)^x \cdot \delta$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$\log y = \log \beta_0 + (\log \beta_1) \cdot x + \log \delta$

Anpassad modell: $\hat{y} = b_0 \cdot (b_1)^x$

där

$$\log b_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum \log y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

och $\log b_0 = \overline{\log y} - (\log b_1) \cdot \bar{x}$ $\quad [\overline{\log y} = \frac{1}{n} \sum \log y_i]$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$SST = \sum(\log y_i - \overline{\log y})^2 = \sum(\log y_i)^2 - n \cdot (\overline{\log y})^2$

$SSE = SST - (\log b_1) \cdot \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y}) = SST - (\log b_1) \cdot (\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}) =$

$\sum(\log y_i)^2 - (\log b_0) \cdot \sum \log y_i - (\log b_1) \cdot \sum x_i \cdot \log y_i$

$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2}$

Test av $H_0 : \beta_1 = 1$ dvs inget samband mellan y och $x \Longleftrightarrow \log \beta_1 = 0$:

Testfunktion $t = \frac{\log b_1}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Elasticitetsmodeller:

Formler enligt AJÅ:

x_1=Pris, x_2=Inkomst

Modeller:

$\hat{y} = a \cdot x_1^e, \quad \hat{y} = a \cdot x_2^E, \quad \hat{y} = a \cdot x_1^e \cdot x_2^E$

e =priselasticitet, E =inkomstelasticitet

Anpassning av t.ex. $\hat{y} = a \cdot x_1^e$:

$\lg \hat{y} = a' + e \cdot \lg x_1, \quad a' = \lg a$

$$e = \frac{n \cdot \sum(\lg y) \cdot (\lg x_1) - (\sum \lg y) \cdot (\sum \lg x_1)}{n \cdot \sum(\lg x_1)^2 - (\sum \lg x_1)^2}$$

$SST = \sum(\lg y - \overline{\lg y})^2 = \sum(\lg y)^2 - \frac{\cdot(\sum \lg y)^2}{n}$

$SSE = SST - e \cdot \sum(\lg x_1 - \overline{\lg x}) \cdot (\lg y - \overline{\lg y}) = \sum(\lg y)^2 - a' \cdot \sum \lg y - e \cdot \sum(\lg x_1) \cdot (\lg y)$

$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2} \qquad [\overline{\lg x} = \frac{1}{n}\sum \lg x_i \text{ och } \overline{\lg y} = \frac{1}{n}\sum \lg y_i]$

Test av H_0 : priselasticiteten $= B$ där B är ett ifrågasatt värde på priselasticiteten:

Testfunktion $t = \frac{e - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(\lg x_1 - \overline{\lg x_1})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$.

Formler enligt Mikroekonomin, Fö-anteckningar och datorövningar:

$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot \delta$, $Q = C \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$

$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$

$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + \log \delta$

$\log Q = \log C + E_I \cdot \log I + \log \delta$

$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + E_I \cdot \log I + \log \delta$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

Exempel på anpassad modell: $\widehat{Q} = c \cdot (P)^{\widehat{E_P}}$, där $\widehat{E_P} = \frac{\sum(\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q})}{\sum(\log P_i - \overline{\log P})^2} =$

$= \frac{\sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}}{\sum(\log P_i)^2 - n \cdot (\overline{\log P})^2}$ och

$\log c = \overline{\log Q} - \widehat{E_P} \cdot \overline{\log P}$ $\quad\quad\quad [\overline{\log P} = \frac{1}{n}\sum \log P_i$ och $\overline{\log Q} = \frac{1}{n}\sum \log Q_i]$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$SST = \sum(\log Q_i - \overline{\log Q})^2 = \sum(\log Q_i)^2 - n \cdot (\overline{\log Q})^2$

$SSE = SST - \widehat{E_P} \cdot \sum(\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q}) = SST - \widehat{E_P} \cdot [\sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}] =$

$= \sum(\log Q_i)^2 - (\log c) \cdot \sum \log Q_i - \widehat{E_P} \cdot \sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i)$

$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2}$

Test av $H_0 : E_P = B$ där B är ett ifrågasatt värde på E_P:

Testfunktion $t = \frac{\widehat{E_P} - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(\log P_i - \overline{\log P})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$.

Index

Sammansatta fastbasindex:

$I_t = i_{1,t} \cdot w_1 + i_{2,t} \cdot w_2 + \ldots + i_{n,t} \cdot w_n$

där n är antalet ingående varor/tjänster, $i_{1,t}, \ldots, i_{n,t}$ är enkla prisindex för ingående varor, alla med basår t_0 och $w_1, \ldots, w_n$ väljs enligt ett viktsystem:

Laspeyre: $w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t_0}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t_0}}$

Paasche: $w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t}}$

Kedjeprisindex:

$I_t = L_{0,1} \cdot L_{1,2} \cdot \ldots \cdot L_{t-1,t} \cdot 100$

där

$$L_{t-1,t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot w_{i,t-1,t}$$

är årslänken från år $t-1$ till t för n ingående varor/tjänster. $w_{i,t-1,t}$ väljs enligt ett viktsystem:

Laspeyre: $w^{L}_{i,t-1,t} = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t-1}$

Paasche: $w^{P}_{i,t-1,t} = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t \text{ i priser för år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t \text{ i priser för år } t-1}$

Med representantvaror byts "Försäljningsvärdet för vara i" mot "Försäljningsvärdet för varugrupp i" i vikterna.

Implicitprisindex:

$I_t = \frac{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i löpande priser}}{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i basårets priser}} \cdot 100$

Relativprisindex:

$I_t^R = \frac{I_t^v}{I_t^0} \cdot 100$

där I_t^v =Prisindex för aktuell vara/tjänst/grupp och I_t^0 =Prisindex för den större jämförelsegruppen, t ex KPI.

Tidsserieanalys

Tidsserieregression:

Modell:

$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$

där

$TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t$ eller $TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$

och

$SN_t = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{si} \cdot x_{si,t}$

med

L =Antal säsonger och $x_{si,t} = 1$ om t tillhör säsong i och $= 0$ annars.

Durbin-Watson's test:

Test av H_0 : Residualerna är okorrelerade.

Testfunktion $d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$

där $e_t = y_t - \hat{y}_t$.

Jämförelser:

Om $d < 1 \Rightarrow$ Förkasta H_0, positiv seriell korrelation
Om $d > 3 \Rightarrow$ Förkasta H_0, positiv seriell korrelation
Om $1 \leq d \leq 3 \Rightarrow H_0$ kan ej förkastas.

Komponentuppdelning:

Modeller:

Multiplikativ modell: $y_t = TR_t \cdot SN_t \cdot CL_t \cdot IR_t$

Additiv modell: $y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$

Enkel exponentiell utjämning:

Modell: $y_t = \mu + \varepsilon_t$

Uppdateringsschema för skattning av μ: $S_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}$ $\quad 0 < \alpha < 1$

Prognos: $\hat{y}_{t+\tau} = S_t$

Prognosintervall: $S_t \pm z \cdot s \cdot \sqrt{1 + \alpha^2}$

där z =1.96 för 95% intervall, 2.576 för 99% intervall och

$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}$

t-tabell

Confidence level C

Degrees of freedom	50%	60%	70%	80%	90%	95%	96%	98%	99%	99.5%	99.8%	99.9%
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.710	15.890	31.820	63.660	127.300	318.300	636.600
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.090	22.330	31.600
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.210	12.920
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
z^*	0.674	0.841	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291
One-sided P	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
Two-sided P	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.04	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001

F-tabell $\alpha = 0.05$	*df upper*																	
df lower	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**15**	**20**	**24**	**30**	**40**	**60**	**120**	**inf**
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.5	19.0	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.6	9.3	9.1	9.0	8.9	8.9	8.9	8.8	8.8	8.7	8.7	8.7	8.6	8.6	8.6	8.6	8.6	8.5
4	7.7	6.9	6.6	6.4	6.3	6.2	6.1	6.0	6.0	6.0	5.9	5.9	5.8	5.8	5.8	5.7	5.7	5.7	5.6
5	6.6	5.8	5.4	5.2	5.1	5.0	4.9	4.8	4.8	4.7	4.7	4.6	4.6	4.5	4.5	4.5	4.4	4.4	4.4
6	6.0	5.1	4.8	4.5	4.4	4.3	4.2	4.2	4.1	4.1	4.0	3.9	3.9	3.8	3.8	3.8	3.7	3.7	3.7
7	5.6	4.7	4.4	4.1	4.0	3.9	3.8	3.7	3.7	3.6	3.6	3.5	3.4	3.4	3.4	3.3	3.3	3.3	3.2
8	5.3	4.5	4.1	3.8	3.7	3.6	3.5	3.4	3.4	3.4	3.3	3.2	3.2	3.1	3.1	3.0	3.0	3.0	2.9
9	5.1	4.3	3.9	3.6	3.5	3.4	3.3	3.2	3.2	3.1	3.1	3.0	2.9	2.9	2.9	2.8	2.8	2.8	2.7
10	5.0	4.1	3.7	3.5	3.3	3.2	3.1	3.1	3.0	3.0	2.9	2.9	2.8	2.7	2.7	2.7	2.6	2.6	2.5
11	4.8	4.0	3.6	3.4	3.2	3.1	3.0	3.0	2.9	2.9	2.8	2.7	2.7	2.6	2.6	2.5	2.5	2.5	2.4
12	4.8	3.9	3.5	3.3	3.1	3.0	2.9	2.9	2.8	2.8	2.7	2.6	2.5	2.5	2.5	2.4	2.4	2.3	2.3
13	4.7	3.8	3.4	3.2	3.0	2.9	2.8	2.8	2.7	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.4	2.3	2.3	2.3	2.2
14	4.6	3.7	3.3	3.1	3.0	2.9	2.8	2.7	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.4	2.3	2.3	2.2	2.2	2.1
15	4.5	3.7	3.3	3.1	2.9	2.8	2.7	2.6	2.6	2.5	2.5	2.4	2.3	2.3	2.3	2.2	2.2	2.1	2.1
16	4.5	3.6	3.2	3.0	2.9	2.7	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.4	2.3	2.2	2.2	2.2	2.1	2.1	2.0
17	4.5	3.6	3.2	3.0	2.8	2.7	2.6	2.6	2.5	2.5	2.4	2.3	2.2	2.2	2.2	2.1	2.1	2.0	2.0
18	4.4	3.6	3.2	2.9	2.8	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.3	2.3	2.2	2.2	2.1	2.1	2.0	2.0	1.9
19	4.4	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.4	2.3	2.2	2.2	2.1	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9
20	4.4	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.4	2.3	2.2	2.1	2.1	2.0	2.0	2.0	1.9	1.8
21	4.3	3.5	3.1	2.8	2.7	2.6	2.5	2.4	2.4	2.3	2.3	2.2	2.1	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9	1.8
22	4.3	3.4	3.1	2.8	2.7	2.6	2.5	2.4	2.3	2.3	2.2	2.2	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8
23	4.3	3.4	3.0	2.8	2.6	2.5	2.4	2.4	2.3	2.3	2.2	2.1	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8
24	4.3	3.4	3.0	2.8	2.6	2.5	2.4	2.4	2.3	2.3	2.2	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7
25	4.2	3.4	3.0	2.8	2.6	2.5	2.4	2.3	2.3	2.2	2.2	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7
26	4.2	3.4	3.0	2.7	2.6	2.5	2.4	2.3	2.3	2.2	2.2	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7
27	4.2	3.4	3.0	2.7	2.6	2.5	2.4	2.3	2.3	2.2	2.1	2.1	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7	1.7
28	4.2	3.3	3.0	2.7	2.6	2.5	2.4	2.3	2.2	2.2	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7	1.7
29	4.2	3.3	2.9	2.7	2.6	2.4	2.4	2.3	2.2	2.2	2.1	2.0	1.9	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7	1.6
30	4.2	3.3	2.9	2.7	2.5	2.4	2.3	2.3	2.2	2.2	2.1	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7	1.7	1.6
40	4.1	3.2	2.8	2.6	2.5	2.3	2.3	2.2	2.1	2.1	2.0	1.9	1.8	1.8	1.7	1.7	1.6	1.6	1.5
60	4.0	3.2	2.8	2.5	2.4	2.3	2.2	2.1	2.0	2.0	1.9	1.8	1.8	1.7	1.7	1.6	1.5	1.5	1.4
120	3.9	3.1	2.7	2.5	2.3	2.2	2.1	2.0	2.0	1.9	1.8	1.8	1.7	1.6	1.6	1.5	1.4	1.4	1.3
inf	3.8	3.0	2.6	2.4	2.2	2.1	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8	1.7	1.6	1.5	1.5	1.4	1.3	1.2	1.0

Svarsblankett 732G71

AID____

Markera ditt svarsalternativ genom att ringa in det. Endast ett svarsalternativ per deluppgift får markeras.

Uppgift 2

a)

(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

b)

(i) VS1

(ii) VS2

(iii) VVS1

(iv) VVS2

(v) IF

c)

(i) s = 503337

(ii) s = 149490961

(iii) s = 709.46

(iv) s = 340593639

(v) s = 37509731

(vi) s = 676.67

d)

(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

e)

(i) 51.37, H_0 förkastas

(ii) 15.61, H_0 förkastas ej

(iii) 51.19, H_0 förkastas

(iv) 676.67, H_0 förkastas ej

(v) 676.67, H_0 förkastas

Uppgift 3

a)

(i) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 126.65$, $I_{2009} = 144.50$

(ii) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 112.11$, $I_{2009} = 119.60$

(iii) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 225.94$, $I_{2009} = 214.50$

(iv) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 44.26$, $I_{2009} = 46.62$

(v) $I_{2007} = 123.65$, $I_{2008} = 32.59$, $I_{2009} = 29.09$

(vi) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 112.11$, $I_{2009} = 121.37$

b)

(i) $I_{2007} = 43.13$, $I_{2008} = 44.85$, $I_{2009} = 46.83$

(ii) $I_{2007} = 34.36$, $I_{2008} = 35.74$, $I_{2009} = 37.32$

(iii) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 225.94$, $I_{2009} = 214.50$

(iv) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 44.26$, $I_{2009} = 46.62$

(v) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 103.99$, $I_{2009} = 108.59$

(vi) $I_{2007} = 100$, $I_{2008} = 112.11$, $I_{2009} = 121.37$

Uppgift 4

a)

(i) t = -7.94, $t_{[0.05]}(10-2=8)=1.860$, H_0 kan ej förkastas

(ii) t = -7.94, $-t_{[0.05]}(10-2=8)=-1.860$, H_0 förkastas

(iii) t = -7.94, $t_{[0.05]}(10-2=8)=2.306$, H_0 kan ej förkastas

(iv) t = -7.94, $-t_{[0.05]}(10-2=8)=-2.306$, H_0 förkastas

(v) t = -3.80, $t_{[0.05]}(10-2=8)=1.860$, H_0 kan ej förkastas

(vi) t = -3.80, $-t_{[0.05]}(10-2=8)=-1.860$, H_0 förkastas

(vii) t = -3.80, $t_{[0.05]}(10-2=8)=2.306$, H_0 kan ej förkastas

(viii) t = -3.80, $-t_{[0.05]}(10-2=8)=-2.306$, H_0 förkastas

b)

(i) 3

(ii) 199

(iii) 192

(iv) 0

(v) 646

(vi) 665

Uppgift 5

a)

(i) 105041

(ii) 234641

(iii) 101891

(iv) 105042

(v) 227604

(vi) 234642

b)

(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)