Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-03-13
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och ringa in vilken sal som avses	TER2
Tid	8-12
Kurskod	732G71
Provkod	TENT
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Statistik B Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	4
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Anders Nordgaard
Telefon under skrivtiden	0761-354599
Besöker salen ca kl.	09.30
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Carita Lilja, 1463, carli@ida.liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Räknedosa, Lexikon
Övrigt	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutigt
Antal exemplar i påsen	

LINKÖPINGS UNIVERSITET
Institutionen för datavetenskap
Statistik, ANd

732G71 STATISTIK B, 8 HP
Civilekonomprogrammet, år 2
Tentamen

STATISTIK B, 8 HP

TENTAMEN **LÖRDAGEN DEN 13 MARS 2010 08.00-12.00**

PROVKOD **TENT**

Hjälpmedel: Räknedosa. Lexikon
Jourhavande lärare: Anders Nordgaard
Poänggränser m m: Skrivningen ger maximalt 15 skrivningspoäng. För betyget Godkänd krävs normalt 9 poäng. För betyget Väl Godkänd krävs normalt 12 poäng. Formelsamling och tabeller följer efter uppgifterna, Svarsformulär till uppgifterna 2-4 finns i slutet.

Lycka till!

Obs! Till uppgift 1 skall fullständig lösning inlämnas. Till uppgifterna 2-4 lämnas endast svar på svarsblankett, som finns längst bak i detta formulär.

1. Följande datamaterial visar annonskostnader och förändringar i försäljningsvärden under ett år för 10 slumpmässigt valda företag. (Värdena har avsiktligts skalats ned till lämpliga nivåer för att göra beräkningarna enklare.)

Företag	*Annonskostnader* (x)	*Förändring i försäljningsvärde* (y)
1	4	14
2	10	22
3	3	10
4	5	9
5	7	18
6	12	25
7	8	20
8	9	19
9	2	0
10	11	21

Man tror sig kunna relatera annonskostnader till förändring försäljningsvärden via en enkel linjär regressionsmodell: $y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x + \varepsilon$, där feltermerna ε antas vara oberoende och $N(0, \sigma)$–fördelade.

v g v

Följande har beräknats:
$\sum x = 71$, $\sum y = 158$, $\sum x^2 = 613$, $\sum y^2 = 3012$, $\sum x \cdot y = 1339$.

a) Visa med beräkningar att skattningarna av β_0 och β_1 blir c:a $b_0 = 1.64$ respektive $b_1 = 1.994$. *(1p)*

b) Beräkna och tolka förklaringsgraden hos den skattade modellen. *(1p)*

c) Visa med beräkningar att den skattade standardavvikelsen s blir c:a 3.2. *(0.5p)*

I deluppgifterna d)–g), använd $b_0 = 1.64$, $b_1 = 1.994$ och $s = 3.2$ i dina beräkningar!

d) Avgör med hjälp av ett test på 5% nivå om det föreligger signifikant regression mellan y och x. *(1p)*

e) Beräkna ett 99% konfidensintervall för den genomsnittliga förändringen i försäljningsvärde hos företag som har haft annonskostnaden 6. *(1p)*

f) Beräkna en prognos och ett **99%** prognosintervall för förändringen i försäljningsvärde hos ett företag som haft annonskostnaden 6. *(1.5p)*

g) Konstruera ett residualdiagram sådant att man kan bedöma om antagandet att feltermerna har konstant varians är uppfyllt eller ej. Genomför också denna bedömning. *(1p)*

2. *Vi återvänder i denna uppgift till den studie av försäljning av receptbelagda läkemedel som användes i tentamen 2009-12-04 och tentamen 2010-01-30.*

Ett amerikanskt marknadsundersökningsföretag har undersökt hur försäljningen av receptbelagda läkemedel kan tänkas bero av ett antal olika variabler. Studien har gjorts för 20 slumpmässsigt valda apotek under ett år och de variabler som studerats är:

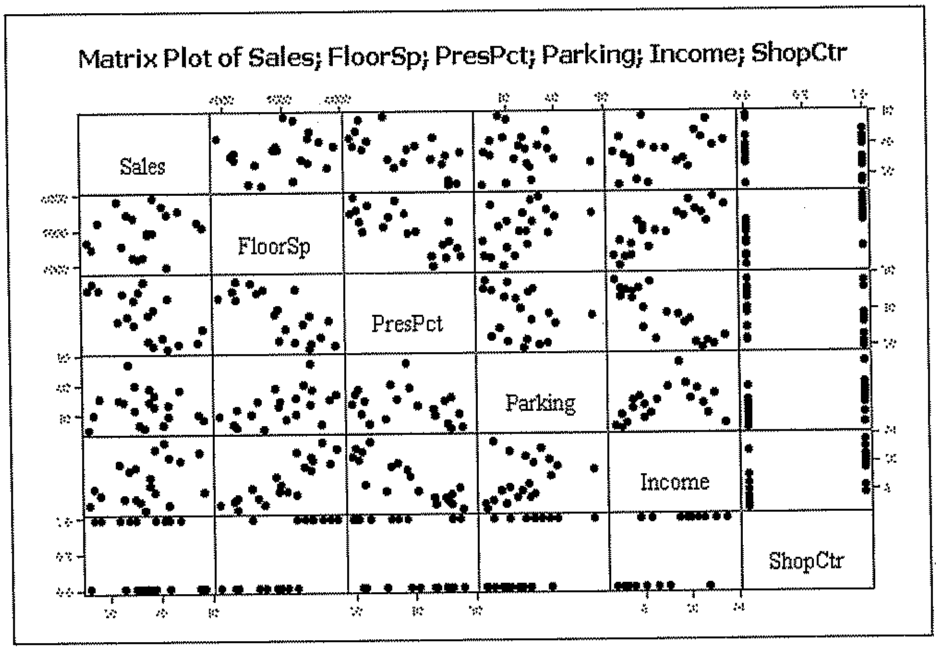
Sales (y)	Årsgenomsnittet av veckoförsäljningen av receptbelagda läkemedel (1000-tals dollar)
FloorSp (x_1)	Butiksyta (kvadratfot)
PresPct (x_2)	Procentandel av butiksytan som används till försäljning av receptbelagda läkemedel
Parking (x_3)	Antalet parkeringsplatser som är avsedda för apotekskunder
Income (x_4)	Genomsnittlig veckoinkomst per capita i apotekets upptagningsområde (100-tals dollar)
ShopCtr (x_5)	$= 1$ om apoteket ligger i ett shoppingcentrum och annars 0.

På nästa sida visas hela datamaterialet

v g v

Apotek	Sales	FloorSp	PresPct	Parking	Income	ShopCtr
1	22	4900	9	40	18	1
2	19	5800	10	50	20	1
3	24	5000	11	55	17	1
4	28	4400	12	30	19	0
5	18	3850	13	42	10	0
6	21	5300	15	20	22	1
7	29	4100	20	25	8	0
8	15	4700	22	60	15	1
9	12	5600	24	45	16	1
10	14	4900	27	82	14	1
11	18	3700	28	56	12	0
12	19	3800	31	38	8	0
13	15	2400	36	35	6	0
14	22	1800	37	28	4	0
15	13	3100	40	43	6	0
16	16	2300	41	20	5	0
17	8	4400	42	46	7	1
18	6	3300	42	15	4	0
19	7	2900	45	30	9	1
20	17	2400	46	16	3	0

I Figur 1 visas en s.k. matrisplott mellan samtliga variabler ovan. Meningen är att skapa en modell för variabeln Sales där en eller flera av övriga variabler utgör förklaringsvariabler.



Figur 1: Matrisplott

v g v

a) Vilket av följande påståenden stämmer bäst utifrån plotten?

(i) Variabeln PrePct är den som uppvisar den starkaste linjära sambandet med Sales.

(ii) Variablerna Parking och PrePct verkar vara starkt korrelerade.

(iii) Variabeln ShopCtr är inte användbar som förklaringsvariabel till Sales.

(iv) Sales verkar bero kvadratiskt av variabeln Income.

(v) I en stegvis regression enligt framåtvalsprincipen skulle variabeln FloorSp väljas först som ensam förklaringsvariabel till Sales.

(0.5p)

Man prövar följande regressionsmodell för variabeln Sales (y):

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_5 + \beta_2 \cdot x_1 + \beta_3 \cdot x_1^2 + \varepsilon$$

där alltså en ny förklaringsvariabel (FloorSp)^2=FloorSp_sq har skapats. En censurerad utskrift från en analys med Minitab är följande:

Analys 1

```
Regression Analysis: Sales versus ShopCtr; FloorSp; FloorSp_sq

The regression equation is
Sales = 21.9 - 9.70 ShopCtr - 0.00526 FloorSp + 0.000001 FloorSp_sq


Predictor         Coef     SE Coef
Constant         21.95       14.33
ShopCtr         -9.704       3.852
FloorSp      -0.005255    0.007983
FloorSp_sq  0.00000121  0.00000108


Analysis of Variance

Source          DF      SS
Regression       3  233.17
Residual Error  16  517.38
Total           19  750.55


Source      DF  Seq SS
ShopCtr      1   30.81
FloorSp      1  161.73
FloorSp_sq   1   40.63
```

v g v

b) Beräkna den anpassade modellens justerade förklaringsgrad *(0.5p)*

c) Antag att ett apotek har butiksytan 5000 kvadratfot och att det ligger i ett shoppingcentrum. Utgå från modellen och uppskatta förändringen i årsgenomsnittlig försäljning hos apoteket när butiksytan ökar med 1000 kvadratfot. *(0.5p)*

d) Avgör med ett lämpligt test på 5% nivå om variabeln FloorSp överhuvudtaget skall vara kvar i modellen (linjärt eller icke-linjärt eller både och). Svara med teststorhetens värde och om testet är signifikant eller ej. *(1p)*

Man prövar även modellen

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_5 + \beta_3 \cdot x_4 \cdot x_5 + \varepsilon$$

där alltså en ny variabel Income*ShopCtr har skapats. En censurerad utskrift från en analys med Minitab är följande:

Analys 2

```
Regression Analysis: Sales versus Income; ShopCtr; Income*ShopCtr

The regression equation is
Sales = 12.1 + 0.793 Income - 12.7 ShopCtr + 0.275 Income*ShopCtr


Predictor           Coef  SE Coef
Constant          12.146    2.927
Income            0.7929   0.3290
ShopCtr          -12.735    6.335
Income*ShopCtr    0.2745   0.4812


Analysis of Variance

Source          DF      SS
Regression       3  379.64
Residual Error  16  370.91
Total           19  750.55


Source          DF  Seq SS
Income           1  111.07
ShopCtr          1  261.02
Income*ShopCtr   1    7.54
```

v g v

```
Predicted Values for New Observations

New
Obs    Fit  SE Fit       95% CI            95% PI
  1  11.15    2.21  (6.46; 15.84)  (-0.08; 22.38)

Values of Predictors for New Observations

New
Obs  Income  ShopCtr  Income*ShopCtr
  1    11.0     1.00            11.0
```

e) Beräkna ett 99% konfidensintervall för den genomsnittliga försäljningen hos apotek som ligger i ett shoppingcenter och där den genomsnittliga veckoinkomsten per capita i apotekets upptagningsområde är 1100 dollar. *(1p)*

Analysen ovan kan tolkas som två separata (skattade) regressionslinjer där Sales är responsvariabel och Income (x_4) är förklaringsvariabel och ShopCtr (x_5) är den variabel som skapar två olika linjer.

f) Vad blir den skattade regressionslinjen för apotek som ligger i ett shoppingcentrum? *(0.5p)*

g) Testa på 5% nivå om de två regressionslinjerna är parallella. Svara med teststorheten samt om testet är signifikant eller ej. *(1p)*

3. En källarfirma säljer bl a muggar och tekannor i keramik. Försäljningsvärdena i kronor under tre år har varit följande:

År	Muggar	Tekannor
1	1340	1570
2	1260	1450
3	1280	1390

De två varugruppernas försäljning kan representeras av muggen "Bart" och tekannan "Cerise" med följande prisutveckling:

År	Styckpriser [kr]	
	"Bart"	"Cerise"
1	25	62
2	27	67
3	27	70

v g v

a) Beräkna ett kedjeprisindex av Laspeyre-typ med basår 1 för företagets försäljning under de tre åren. Ange indexvärdena för alla tre åren. *(1p)*

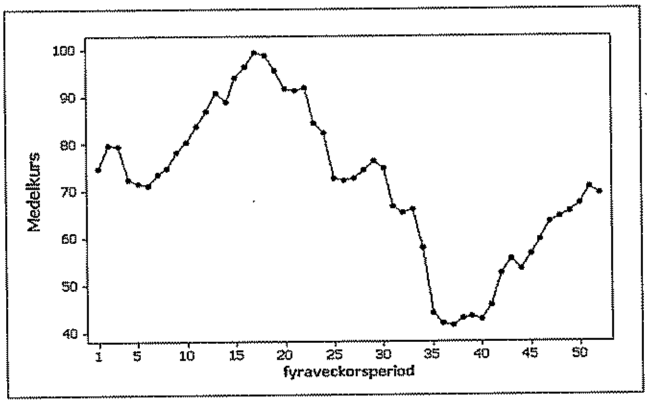
Företagets ekonomiavdelning har gjort en långtidsstudie av efterfrågan på dessa två produkter. Man har anpassat en modell där efterfrågan, Q (uttryckt i försäljningsvolym) beror av relativprisindex på de egna produkterna, RPI, och relativprisindex på te, RPI_T med följande resultat:

$$\log Q = 3.17 - 1.12 \cdot \log RPI - 0.69 \cdot \log RPI_T$$

där log står för 10-logaritmen.

b) Hur förändras efterfrågan om relativprisindex för te ej förändras, men relativprisindex för de två produkterna ökar med 2%? *(1p)*

4. I Figur 2 visas successiva fyraveckorsmedelvärden av kursen för Roburs fond Småbolagsfond Norden från 2006-03-01–2010-02-23.



Figur 2: Fyraveckorsmedelvärden av kursen för Robur: Småbolagsfond Norden 2006-03-01–2010-02-23. *(Källa: www.robur.se)*

a) Vilket av följande påståenden stämmer bäst för tidsserien i figuren?

(i) Tidsserien bör analyseras med en multiplikativ modell innehållande komponenter för trend, månadsvariation och konjunkturcykler.

(ii) Tidsserien bör analyseras med en multiplikativ modell innehållande komponenter för månadsvariation och konjunkturcykler.

(iii) Tidsserien bör analyseras med en modell för tidsserieregression där dummyvariabler för årets månader ingår.

(iv) Tidsserien saknar variation till följd av konjunktursvängningar

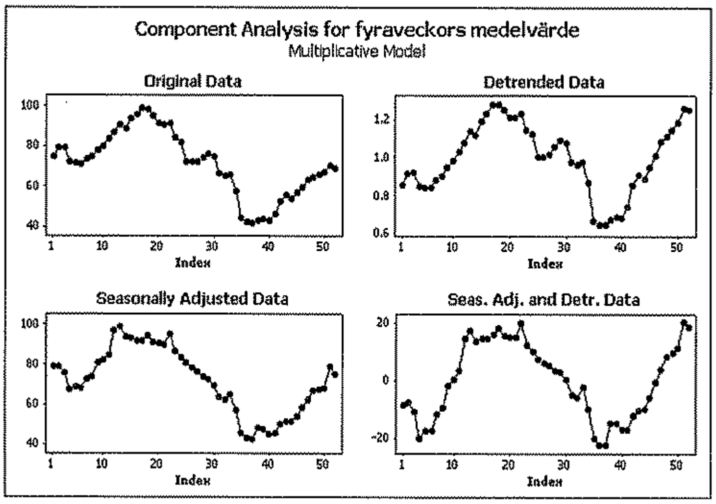
(v) Tidsserien kan inte analyseras med hjälp av en autoregressiv modell.

(vi) Ur ett helårsperspektiv har tidsserien 13 möjliga säsonger.

(0.5p)

v g v

Figur 3 nedan är från en analys med Minitab av tidsserien.



Figur 3:

b) Vilket av följande påståenden stämmer *inte* om modellen och/eller analysen?

(i) I modellen antas säsongskomponenterna variera runt 1.

(ii) Analysen visar att utöver trend och säsong verkar det bara finnas oregelbunden variation i tidsserien.

(iii) Säsongsvariationen är i det närmaste försumbar.

(iv) Tidsserien har en svagt nedåtgående trend.

(v) Prognoser för tidsserien kan göras med dubbel exponentiell utjämning eller med Winters' metod

(0.5p)

Formelsamling 2009-12-01

Enkel linjär regressionsanalys:

Modell:

$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i \qquad (= \alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i)$

där $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad regressionslinje:

$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x \qquad (= a + b \cdot x_i)$

där

$$b_1 (= b) = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$b_0 (= a) = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$

Kvadratsummor:

Total: $SST = SS_{yy} = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$

$SS_{xx} = (n-1) \cdot s_x^2 = \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$

$SS_{xy} = \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - n \cdot (\bar{x}) \cdot (\bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}$

Residual: $SSE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = SS_{yy} - b_1 \cdot SS_{xy} = \sum(y_i - \bar{y})^2 - b_1 \cdot \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum y_i^2 - b_0 \cdot \sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i \cdot y_i$

Regression: $SSR = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$

Variansskattning

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

$$s = s_e = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

Förklaringsgrad:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

Korrelationskoefficient:

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum(y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}) \cdot (\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{(n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}}$$

Konfidensintervall, prognosintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 \sim N\left(\beta_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \sim N\left(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Konfidensintervall för β_1:

$b_1 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}}$ $\quad \left(\sum(x_i-\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Konfidensintervall för β_0:

$b_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}$ $\quad \left(\sum(x_i-\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Konfidensintervall för $\mu_{y|x_0} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0$:

$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}$ $\quad \left(\sum(x_i-\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Prognosintervall för $y_0 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0 + \varepsilon_0$:

$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}$ $\quad \left(\sum(x_i-\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_0 = 0$:

Testfunktion: $t = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{b_0}{s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}}$ $\quad \left(\sum(x_i-\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = 0$ dvs inget samband mellan y och x:

Testfunktion: $t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{b_1}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}}}$ $\quad \left(\sum(x_i-\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = B$ (där B är något annat än 0):

Testfunktion: $t = \frac{b_1 - B}{s_{b_1}} = \frac{b_1 - B}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}}}$ $\quad \left(\sum(x_i-\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Vid enkelsidiga mothypotseser jämförs t med $t_{[\alpha]}(n-2)$ (eller med -$t_{[\alpha]}(n-2)$ beroende på mothypotesens riktning).

Formellt F-test av $H_0 : \beta_1 = 0$:

Testfunktion: $F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-2)}$

Jämför med $F_{[\alpha]}(1, n-2)$

Multipel linjär regressionsanalys:

<u>Modell:</u>

$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \ldots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$

där $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$.

<u>Anpassad modell:</u>

$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \ldots b_k \cdot x_k$

Kvadratsummor:

$SST = SSE + SSR$

Total: $SST = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$

Residual: $SSE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2$

Regression: $SSR = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$

SSE har $n-k-1$ frihetsgrader, SSR har k frihetsgrader.

Variansskattning:

$\widehat{\sigma^2} = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n-k-1}$

Förklaringsgrad:

$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$

Justerad förklaringsgrad:

$R_{adj}^2 = \overline{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n-k-1)}{SST/(n-1)} = 1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2/(n-k-1)}{\sum(y_i - \bar{y}_i)^2/(n-1)} = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2}$

Konfidensintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$b_j \sim N(\beta_j, \sigma_{b_j})$

Formellt F-test av $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$:

Testfunktion: $F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n-k-1)}$

Jämför med $F_{[\alpha]}(k, n-k-1)$

Konfidensintervall för β_j:

$b_j \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1) \cdot s_{b_j}$

där s_{b_j} hämtas från datorutskrift.

Formellt t-test av $H_0 : \beta_j = 0$:

Testfuktion: $t = \frac{b_j}{s_{b_j}}$

Jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-k-1)$

Konfidensintervall för $\mu_{y|x_{01},\ldots,x_{0k}}$:

$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1) \cdot s\sqrt{\text{Distance value}}$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s \cdot \sqrt{\text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Prognosintervall för y_0:

$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1) \cdot s\sqrt{1 + \text{Distance value}}$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s \cdot \sqrt{1 + \text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Partiellt F-test av $H_0 : \beta_{g+1} = \ldots = \beta_k = 0$:

Testfunktion: $F = \dfrac{(SSE_R - SSE_C)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)} = \dfrac{(SSR_C - SSR_R)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)}$

där

SSE_R =Residualkvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,
SSE_C =Residualkvadratsumman in den större (kompletta) modellen,
SSR_R =Regressionskvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,
SSR_C =Regressionskvadratsumman in den större (kompletta) modellen, och
$k-g$=skillnaden i antal förklaringsvariabler mellan modellerna.

Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

Alternativ formel: $F = \dfrac{(R^2_{UR} - R^2_R)/r}{(1-R^2_{UR})/(n-k-1)}$

där R^2_{UR} =Förklaringsgraden i den större (kompletta, "unrestricted") modellen och R^2_R =Förklaringsgraden i den mindre (reducerade, "restricted") modellen och $r = k - g$

Jämför med $F_{[\alpha]}(r, n-k-1) = F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

<u>Variance Inflation Factor (VIF):</u>

$VIF = \dfrac{1}{1-R_j^2}$

där R_j^2 =Förklaringsgraden i modell där x_j är y-variabel och övriga x-variabler är förklaringsvariabler.

<u>Sekventiella kvadratsummor:</u>

$SSR = SSR(x_1) + SSR(x_2|x_1) + \ldots + SSR(x_k|x_1, \ldots, x_{k-1})$

där $SSR(x_j|x_1, \ldots, x_{j-1})$ är tillskottet till SSR då variabel x_j läggs till en modell med variablerna $x_1, x_2, \ldots, x_{j-1}$.

Ett partiellt F-test av $H_0 : \beta_{g+1} = \ldots = \beta_k = 0$ kan då göras med testfunktionen

$F = \dfrac{(SSR(x_{g+1}|x_1, \ldots, x_g) + SSR(x_{g+2}|x_1, \ldots, x_{g+1}) + \ldots + SSR(x_k|x_1, \ldots, x_{k-1}))/(k-g)}{MSE}$, Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$

förutsatt att variablerna matas in i ordningen $x_1, x_2, \ldots, x_k$ i modellen.

Exponentiella samband och elasticitetsmodeller:

Logaritmbeteckningar: $\lg x$ betyder 10-logaritmen av x, $\log x$ står för logaritm och man kan välja om man vill använda $\lg x$ eller $\ln x$ (den naturliga logaritmen). Samma sorts logaritm måste användas genomgående i en och samma analys.

Exponentiell modell: $y = \beta_0 \cdot (\beta_1)^x \cdot \delta$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$\log y = \log \beta_0 + (\log \beta_1) \cdot x + \log \delta$

Anpassad modell: $\hat{y} = b_0 \cdot (b_1)^x$

där

$$\log b_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - \frac{(\sum x_i)\cdot(\sum \log y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

och $\log b_0 = \overline{\log y} - (\log b_1) \cdot \bar{x}$ $\qquad$ $[\overline{\log y} = \frac{1}{n} \sum \log y_i]$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$SST = \sum(\log y_i - \overline{\log y})^2 = \sum(\log y_i)^2 - n \cdot (\overline{\log y})^2$

$SSE = SST - (\log b_1) \cdot \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y}) = SST - (\log b_1) \cdot (\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}) =$
$\sum(\log y_i)^2 - (\log b_0) \cdot \sum \log y_i - (\log b_1) \cdot \sum x_i \cdot \log y_i$

$\widehat{\sigma^2} = \dfrac{SSE}{n-2}$

Test av $H_0 : \beta_1 = 1$ dvs inget samband mellan y och $x \iff \log \beta_1 = 0$:

Testfunktion $t = \dfrac{\log b_1}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(x_i-\bar{x})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Elasticitetsmodeller:

Formler enligt AJÅ:

x_1=Pris, x_2=Inkomst

Modeller:

$\hat{y} = a \cdot x_1^e, \quad \hat{y} = a \cdot x_2^E, \quad \hat{y} = a \cdot x_1^e \cdot x_2^E$

e =priselasticitet, E =inkomstelasticitet

Anpassning av t.ex. $\hat{y} = a \cdot x_1^e$:

$\lg \hat{y} = a' + e \cdot \lg x_1, \quad a' = \lg a$

$e = \dfrac{n \cdot \sum(\lg y) \cdot (\lg x_1) - (\sum \lg y) \cdot (\sum \lg x_1)}{n \cdot \sum(\lg x_1)^2 - (\sum \lg x_1)^2}$

$SST = \sum(\lg y - \overline{\lg y})^2 = \sum(\lg y)^2 - \frac{(\sum \lg y)^2}{n}$

$SSE = SST - e \cdot \sum(\lg x_1 - \overline{\lg x}) \cdot (\lg y - \overline{\lg y}) = \sum(\lg y)^2 - a' \cdot \sum \lg y - e \cdot \sum(\lg x_1) \cdot (\lg y)$

$\widehat{\sigma^2} = \dfrac{SSE}{n-2} \qquad [\overline{\lg x} = \frac{1}{n}\sum \lg x_i$ och $\overline{\lg y} = \frac{1}{n}\sum \lg y_i]$

Test av H_0 : priselasticiteten $= B$ där B är ett ifrågasatt värde på priselasticiteten:

Testfunktion $t = \dfrac{e-B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(\lg x_1 - \overline{\lg x_1})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$.

Formler enligt Mikroekonomin, Fö-anteckningar och datorövningar:

$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot \delta$, $Q = \alpha \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$

$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$

$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + \log \delta$

$\log Q = \log C + E_I \cdot \log I + \log \delta$

$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + E_I \cdot \log I + \log \delta$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

Exempel på anpassad modell: $\widehat{Q} = c \cdot (P)^{\widehat{E_P}}$, där $\widehat{E_P} = \dfrac{\sum(\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q})}{\sum(\log P_i - \overline{\log P})^2} =$

$= \dfrac{\sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}}{\sum(\log P_i)^2 - n \cdot (\overline{\log P})^2}$ och

$\log c = \overline{\log Q} - \widehat{E_P} \cdot \overline{\log P} \qquad [\overline{\log P} = \frac{1}{n}\sum \log P_i$ och $\overline{\log Q} = \frac{1}{n}\sum \log Q_i]$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$SST = \sum(\log Q_i - \overline{\log Q})^2 = \sum(\log Q_i)^2 - n \cdot (\overline{\log Q})^2$

$SSE = SST - \widehat{E_P} \cdot \sum(\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q}) = SST - \widehat{E_P} \cdot [\sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}] =$

$= \sum(\log Q_i)^2 - (\log c) \cdot \sum \log Q_i - \widehat{E_P} \cdot \sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i)$

$\widehat{\sigma^2} = \dfrac{SSE}{n-2}$

Test av $H_0 : E_P = B$ där B är ett ifrågasatt värde på E_P:

Testfunktion $t = \frac{\widehat{E_P} - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(\log P_i - \overline{\log P})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$.

Index

Sammansatta fastbasindex:

$I_t = i_{1,t} \cdot w_1 + i_{2,t} \cdot w_2 + \ldots + i_{n,t} \cdot w_n$

där n är antalet ingående varor/tjänster, $i_{1,t}, \ldots, i_{n,t}$ är enkla prisindex för ingående varor, alla med basår t_0 och $w_1, \ldots, w_n$ väljs enligt ett viktsystem:

Laspeyre: $w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t_0}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t_0}}$

Paasche: $w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t}}$

Kedjeprisindex:

$I_t = L_{0,1} \cdot L_{1,2} \cdot \ldots \cdot L_{t-1,t} \cdot 100$

där

$$L_{t-1,t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot w_{i,t-1,t}$$

är årslänken från år $t-1$ till t för n ingående varor/tjänster. $w_{i,t-1,t}$ väljs enligt ett viktsystem:

Laspeyre: $w^{\mathcal{L}}_{i,t-1,t} = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t-1}$

Paasche: $w^{\mathcal{P}}_{i,t-1,t} = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t \text{ i priser för år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t \text{ i priser för år } t-1}$

Med representantvaror byts "Försäljningsvärdet för vara i" mot "Försäljningsvärdet för varugrupp i" i vikterna.

Implicitprisindex:

$$I_t = \frac{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i löpande priser}}{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i basårets priser}} \cdot 100$$

Relativprisindex:

$$I_t^R = \frac{I_t^v}{I_t^0} \cdot 100$$

där I_t^v =Prisindex för aktuell vara/tjänst/grupp och I_t^0 =Prisindex för den större jämförelsegruppen, t ex KPI.

Tidsserieanalys

Tidsserieregression:

Modell:

$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$

där

$TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t$ eller $TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$

och

$SN_t = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{si} \cdot x_{si,t}$

med

L =Antal säsonger och $x_{si,t} = 1$ om t tillhör säsong i och $= 0$ annars.

Durbin-Watson's test:

Test av H_0 : Residualerna är okorrelerade.

Testfunktion $d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$

där $e_t = y_t - \hat{y}_t$.

Jämförelser:

Om $d < 1 \Rightarrow$ Förkasta H_0, positiv seriell korrelation
Om $d > 3 \Rightarrow$ Förkasta H_0, positiv seriell korrelation
Om $1 \leq d \leq 3 \Rightarrow H_0$ kan ej förkastas.

Komponentuppdelning:

Modeller:

Multiplikativ modell: $y_t = TR_t \cdot SN_t \cdot CL_t \cdot IR_t$

Additiv modell: $y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$

Enkel exponentiell utjämning:

Modell: $y_t = \mu + \varepsilon_t$

Uppdateringsschema för skattning av μ : $S_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1} \qquad 0 < \alpha < 1$

Prognos: $\hat{y}_{t+\tau} = S_t$

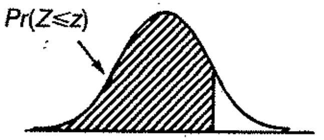
Prognosintervall: $S_t \pm z \cdot s \cdot \sqrt{1 + \alpha^2}$

där z =1.96 för 95% intervall, 2.576 för 99% intervall och

$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}$

Tabell 3a. Normalfördelningen

Om Z är en standardiserad normalfördelad variabel ger tabellen $Pr(Z \leq z)$.



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

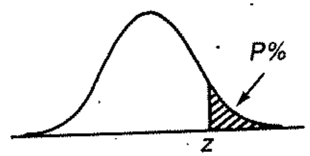
Kommentar:

På grund av den standardiserade normalfördelningens symmetri kring punkten noll är sannolikheterna endast tabellerade för positiva z-värden.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990									
3,2	0,9993									
3,3	0,9995									
3,4	0,9997	För större värden se tabell 3b.								
3,5	0,9998									
3,6	0,9998									
3,7	0,9999									

Tabell 3b. Normalfördelningen

Det mot en given sannolikhet svarande z-värdet.



P%	z	P%	z	P%	z	P%	z
50	0,0000	4,8	1,6646	2,4	1,9774	0,9	2,3656
45	0,1257	4,6	1,6849	2,3	1,9954	0,8	2,4089
40	0,2533	4,4	1,7060	2,2	2,0141	0,7	2,4573
35	0,3853	4,2	1,7279	2,1	2,0335	0,6	2,5121
30	0,5244	4,0	1,7507	2,0	2,0537	0,5	2,5758
25	0,6745	3,8	1,7744	1,9	2,0749	0,4	2,6521
20	0,8416	3,6	1,7991	1,8	2,0969	0,3	2,7478
15	1,0364	3,4	1,8250	1,7	2,1201	0,2	2,8782
12	1,1750	3,2	1,8522	1,6	2,1444	0,1	3,0902
10	1,2816	3,0	1,8808	1,5	2,1701	0,05	3,2905
9	1,3408	2,9	1,8957	1,4	2,1973	0,01	3,7190
8	1,4051	2,8	1,9110	1,3	2,2262	0,005	3,8906
7	1,4758	2,7	1,9268	1,2	2,2571	0,001	4,2649
6	1,5548	2,6	1,9431	1,1	2,2904	0,0005	4,4172
5	1,644[illegible]	2,5	1,9[illegible]	1,0	2,3263	0,00005	4,8916

Tabeller över t-, F- och χ^2-fördelningarna

Tabell 1. t-koefficienter vid dubbelsidiga intervall

Fg	Konfidensnivå (%) 80	90	95	98	99	99.8	99.9
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.61
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.02
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.51	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78	3.44	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Utökad t–tabell för frihetsgrader 30-80

	Konfidensnivå %				
Fg	80	90	95	98	99
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
37	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712
39	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
41	1.303	1.683	2.020	2.421	2.701
42	1.302	1.682	2.018	2.418	2.698
43	1.302	1.681	2.017	2.416	2.695
44	1.301	1.680	2.015	2.414	2.692
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
46	1.300	1.679	2.013	2.410	2.687
47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
51	1.298	1.675	2.008	2.402	2.676
52	1.298	1.675	2.007	2.400	2.674
53	1.298	1.674	2.006	2.399	2.672
54	1.297	1.674	2.005	2.397	2.670
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
56	1.297	1.673	2.003	2.395	2.667
57	1.297	1.672	2.002	2.394	2.665
58	1.296	1.672	2.002	2.392	2.663
59	1.296	1.671	2.001	2.391	2.662
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
61	1.296	1.670	2.000	2.389	2.659
62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
66	1.295	1.668	1.997	2.384	2.652
67	1.294	1.668	1.996	2.383	2.651
68	1.294	1.668	1.995	2.382	2.650
69	1.294	1.667	1.995	2.382	2.649
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
71	1.294	1.667	1.994	2.380	2.647
72	1.293	1.666	1.993	2.379	2.646
73	1.293	1.666	1.993	2.379	2.645
74	1.293	1.666	1.993	2.378	2.644
75	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
76	1.293	1.665	1.992	2.376	2.642
77	1.293	1.665	1.991	2.376	2.641
78	1.292	1.665	1.991	2.375	2.640
79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639

Tabell 2.1. *F*-värden vid enkelsidigt test på 5%-nivån

r_2 \ r_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	∞
1	161.	200.	216.	225.	230.	234.	237.	239.	241.	242.	243.	244.	245.	245.	246.	246.	247.	247.	248.	248.	249.	250.	251.	252.	252.	252.	253.	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70	8.69	8.68	8.67	8.67	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.84	5.83	5.82	5.81	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.67	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.60	4.59	4.58	4.57	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.92	3.91	3.90	3.88	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.72	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.49	3.48	3.47	3.46	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.20	3.19	3.17	3.16	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.83	2.81	2.80	2.78	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.70	2.69	2.67	2.66	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.47	2.46	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.60	2.58	2.57	2.56	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.36	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.51	2.50	2.48	2.47	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.27	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.44	2.43	2.41	2.40	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.20	2.19	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.38	2.37	2.35	2.34	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.33	2.32	2.30	2.29	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.08	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.26	2.24	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.03	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.99	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.21	2.20	2.18	2.17	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.92	1.91	1.84
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.73
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.99	1.98	1.96	1.95	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.58	1.54	1.52	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.50	1.48	1.39
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.32
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.68	1.63	1.57	1.52	1.48	1.45	1.41	1.39	1.28
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69	1.67	1.64	1.62	1.60	1.59	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.27	1.24	1.00

Tabell 2.2. *F*-värden vid enkelsidigt test på 1%-nivån

n_2 \ n_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	∞
1	4050	5000	5400	5630	5760	5860	5930	5980	6020	6060	6080	6110	6130	6140	6160	6170	6180	6190	6200	6210	6230	6260	6290	6300	6310	6330	6330	6370
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1	27.0	26.9	26.9	26.8	26.8	26.8	26.7	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.3	26.3	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4	14.3	14.2	14.2	14.2	14.1	14.1	14.0	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.68	9.64	9.61	9.58	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.16	9.13	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.52	7.48	7.45	7.42	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	7.01	6.99	6.88
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.27	6.24	6.21	6.18	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.78	5.75	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.48	5.44	5.41	5.38	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.99	4.96	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.00	4.96	4.92	4.89	4.86	4.83	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.44	4.42	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.52	4.49	4.46	4.43	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.04	4.01	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.21	4.18	4.15	4.12	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.73	3.71	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.97	3.94	3.91	3.88	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.49	3.47	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.78	3.75	3.72	3.69	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.30	3.27	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.62	3.59	3.56	3.53	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.14	3.11	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56	3.52	3.49	3.45	3.42	3.40	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	3.00	2.98	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45	3.41	3.37	3.34	3.31	3.28	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.89	2.86	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.27	3.24	3.21	3.18	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.79	2.76	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.19	3.16	3.13	3.10	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.70	2.68	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.63	2.60	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	3.05	3.02	2.99	2.96	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.56	2.54	2.42
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.36	2.33	2.21
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.66	2.63	2.60	2.57	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.16	2.13	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.48	2.45	2.42	2.39	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.97	1.94	1.80
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.79	2.70	2.63	2.56	2.51	2.46	2.42	2.38	2.35	2.32	2.29	2.27	2.18	2.10	2.01	1.95	1.91	1.86	1.82	1.68
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.78	1.75	1.60
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.31	2.27	2.23	2.20	2.17	2.14	2.12	2.03	1.94	1.85	1.79	1.75	1.69	1.66	1.49
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.26	2.22	2.19	2.15	2.12	2.09	2.07	1.98	1.89	1.80	1.73	1.69	1.63	1.60	1.43
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97	1.93	1.90	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.40	1.36	1.00

LINKÖPINGS UNIVERSTET
Institutionen för datavetenskap
Statistik, ANd

732G71 STATISTIK B, 8 hp
Civilekonomprogrammet, år 2
Tentamen, svarsblankett

732G71 **STATISTIK B**

PROVKOD **TENT**

SVARSBLANKETT

AID:____

Markera ditt svarsalternativ genom att ringa in det.
Endast ett svarsalternativ per deluppgift får markeras.
Kontrollera att du har markerat i alla deluppgifter du har besvarat!

Uppgift 2 (a) (i) (ii) (iii) (iv) (v)

(b)
1 18.1%
2 31.1%
3 −1.4%
4 19.1%
5 45.1%
6 81.9%

(c)
1 Minskning med c:a 8000 dollar
2 Minskning med c:a 4000 dollar
3 Minskning med c:a 18000 dollar
4 Ökning med c:a 2000 dollar
5 Ökning med c:a 8000 dollar
6 Ökning med c:a 4000 dollar

(d)
1 Teststorhetens värde är 2.40. Testet är signifikant!
2 Teststorhetens värde är 2.40. Testet är inte signifikant!
3 Teststorhetens värde är −0.66. Testet är signifikant!
4 Teststorhetens värde är −0.66. Testet är inte signifikant!
5 Teststorhetens värde är 3.13. Testet är signifikant!
6 Teststorhetens värde är 3.13. Testet är inte signifikant!

(e)
1 (5.46 , 16.84)
2 (−4.32 , 26.62)
3 (4.70 , 17.60)
4 (6.46 , 15.84)
5 (9.71 , 12.59)

v g v

(f)

1 $\hat{y} = 12.1 + 0.793 \cdot x_4 - 12.7 \cdot x_5 + 0.275 \cdot x_4 \cdot x_5$
2 $\hat{y} = -0.589 + 1.07 \cdot x_4$
3 $\hat{y} = 12.1 + 0.793 \cdot x_4$
4 $\hat{y} = -0.589 + 0.793 \cdot x_4$
5 $\hat{y} = 12.1 + 1.07 \cdot x_4$
6 $\hat{y} = 12.42 - 11.9 \cdot x_4$

(g)

1 Teststorhetens värde är 0.57. Testet är signifikant!
2 Teststorhetens värde är 0.57. Testet är inte signifikant!
3 Teststorhetens värde är 5.79. Testet är signifikant!
4 Teststorhetens värde är 5.79. Testet är inte signifikant!
5 Teststorhetens värde är −2.01. Testet är signifikant!
6 Teststorhetens värde är −2.01. Testet är inte signifikant!

Uppgift 3 (a)

1 100.0, 108.0, 102.4
2 100.0, 92.8, 90.5
3 100.0, 102.5, 110.5
4 90.4, 97.6, 100.0
5 97.6, 105.5, 100.0
6 100.0, 108.0, 110.6

(b)

1 Ökning med 1.9%
2 Minskning med 1.9%
3 Ökning med 0.33%
4 Minskning med 0.33%
5 Ökning med 2.2%
6 Minskning med 2.2%

Uppgift 4 (a) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

(b) (i) (ii) (iii) (iv) (v)