



Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-01-30
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och <u>ringa in</u> vilken sal som avses	TER1
Tid	8-12
Kurskod	732G71
Provkod	TENT
Kursnamn/benämning Provnamn/benämning	Statistik B Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Anders Nordgaard
Telefon under skrivtiden	0761-354599
Besöker salen ca kl.	09.30
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Carita Lilja, 1463, carli@ida.liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Räknedosa (valfri), lexikon
Övrigt	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutigt
Antal exemplar i påsen	40

STATISTIK B, 8 HP

TENTAMEN LÖRDAGEN DEN 30 JANUARI 2010
08.00-12.00

PROVKOD TENT

Hjälpmedel:

Jourhavande lärare:

Poänggränser m. m.:

Räknedosa. Lexikon

Anders Nordgaard

Skrivningen ger maximalt 15 skrivningspoäng. För betyget Godkänd krävs normalt 9 poäng. För betyget Väl Godkänd krävs normalt 12 poäng.

Formelsamling och tabeller följer efter uppgifterna, Svarsformulär till uppgifterna 2-5 finns i slutet.

Lycka till!

Obs! Till uppgift 1 skall fullständig lösning inlämnas. Till uppgifterna 2-5 lämnas endast svar på svarsblankett, som finns längst bak i detta formulär.

1. För en viss typ av produkt, för vilken ett stort antal fabrikat och/eller modeller finns har man undersökt hållbarheten, definierad som funktionstid fram till första "fel". På marknaden har man valt ut det fabrikat (den modell) som har det lägsta inköpspriset vid en viss tidpunkt (månad 0 i studien) och 9 ytterligare fabrikat och/eller modeller (slumpmässigt valda). De 10 produkterna har genomgående använts för ett och samma syfte och med samma regelbundenhet tills dess att ett första "fel" har uppträtt hos samtliga produkter i studien. (För att illustrera: En dammsugare kan användas för att varje dag dammsuga en viss typ av lägenhet.) För varje produkt i studien har man bl.a. registrerat skillnaden i inköpspris gentemot den billigaste produkten (den första i tabellen nedan) och tid i månader tills dess att ett första "fel" har uppträtt.

Produkt	Prisskillnad (kronor) (x)	Tid till första "fel" (månader) (y)
1	0	19
2	500	27
3	200	13
4	1300	30
5	400	21
6	300	18
7	100	11
8	800	25
9	600	20
10	1000	36

Man vill förstås undersöka om prisskillnaden kan förklara hållbarheten hos en produkt och för att göra detta vill man använda sig av den enkla linjära regressionsmodellen: $y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x + \varepsilon$, där feltermerna ε antas vara oberoende och $N(0, \sigma)$ -fördelade.

v g v

Följande har beräknats:

$$\sum x = 5200, \sum y = 220, \sum x^2 = 4240000, \sum y^2 = 5366, \sum x \cdot y = 138000.$$

- a) Visa med beräkningar att skattningarna av β_0 och β_1 blir c:a $b_0 = 14.01$ respektive $b_1 = 0.0154$. (1p)
- b) Beräkna och tolka förklaringsgraden hos den skattade modellen. (1p)
- c) Visa med beräkningar att den skattade standardavvikelsen s blir c:a 4.5. (0.5p)
- d) Avgör med hjälp av ett test på 1% nivå om det föreligger signifikant regression mellan tid till första "fel" och prisskillnad. (1p)
- e) Beräkna ett 95% konfidensintervall för den förväntade tiden till första "fel" för en produkt är 900 kronor dyrare än den billigaste i studien. (1p)
- f) Beräkna en prognos och ett 99% prognosintervall för tiden till första "fel" för en produkt är 900 kronor dyrare än den billigaste i studien. (1.5p)
- g) Diskutera studien kortfattat. Vad talar för respektive mot trovärdigheten hos att undersöka hållbarhetens koppling till prisskillnaden på detta sätt? Använd maximalt 150 ord. (1p)

2. Vi återvänder i denna uppgift till den studie av försäljning av receptbelagda läkemedel som användes i tentamen 2009-12-04.

Ett amerikanskt marknadsundersökningsföretag har undersökt hur försäljningen av receptbelagda läkemedel kan tänkas bero av ett antal olika variabler. Studien har gjorts för 20 slumpmässigt valda apotek under ett år och de variabler som studerats är:

Sales (y)	Årsgenomsnittet av veckoförsäljningen av receptbelagda läkemedel (1000-tals dollar)
FloorSp (x_1)	Butiksyta (kvadratfot)
PresPct (x_2)	Procentandel av butiksytan som används till försäljning av receptbelagda läkemedel
Parking (x_3)	Antalet parkeringsplatser som är avsedda för apotekskunder
Income (x_4)	Genomsnittlig veckoinkomst per capita i apotekets upptagningsområde (100-tals dollar)
ShopCtr (x_5)	= 1 om apoteket ligger i ett shoppingcentrum och annars 0.

På nästa sida visas hela datamaterialet

Apotek	Sales	FloorSp	PresPct	Parking	Income	ShopCtr
1	22	4900	9	40	18	1
2	19	5800	10	50	20	1
3	24	5000	11	55	17	1
4	28	4400	12	30	19	0
5	18	3850	13	42	10	0
6	21	5300	15	20	22	1
7	29	4100	20	25	8	0
8	15	4700	22	60	15	1
9	12	5600	24	45	16	1
10	14	4900	27	82	14	1
11	18	3700	28	56	12	0
12	19	3800	31	38	8	0
13	15	2400	36	35	6	0
14	22	1800	37	28	4	0
15	13	3100	40	43	6	0
16	16	2300	41	20	5	0
17	8	4400	42	46	7	1
18	6	3300	42	15	4	0
19	7	2900	45	30	9	1
20	17	2400	46	16	3	0

Man prövar en regressionsmodell där variabeln Sales (y) förklaras av samtliga förklaringsvariabler

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3 + \beta_4 \cdot x_4 + \beta_5 \cdot x_5 + \varepsilon$$

En censurerad utskrift från en analys med Minitab är följande:

Analys 1

Regression Analysis: Sales versus FloorSp; PresPct; ...

The regression equation is

$$\text{Sales} = 42.1 - 0.00242 \text{ FloorSp} - 0.500 \text{ PresPct} - 0.0369 \text{ Parking} + 0.107 \text{ Income} - 3.10 \text{ ShopCtr}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	42.09	10.44	*	*	
FloorSp	-0.002419	0.001839	*	*	5.542
PresPct	-0.5005	0.1643	*	*	5.387
Parking	-0.03690	0.06547	*	*	1.436
Income	0.1067	0.4274	*	*	7.823
ShopCtr	-3.100	3.250	*	*	3.251

v g v

Analysis of Variance

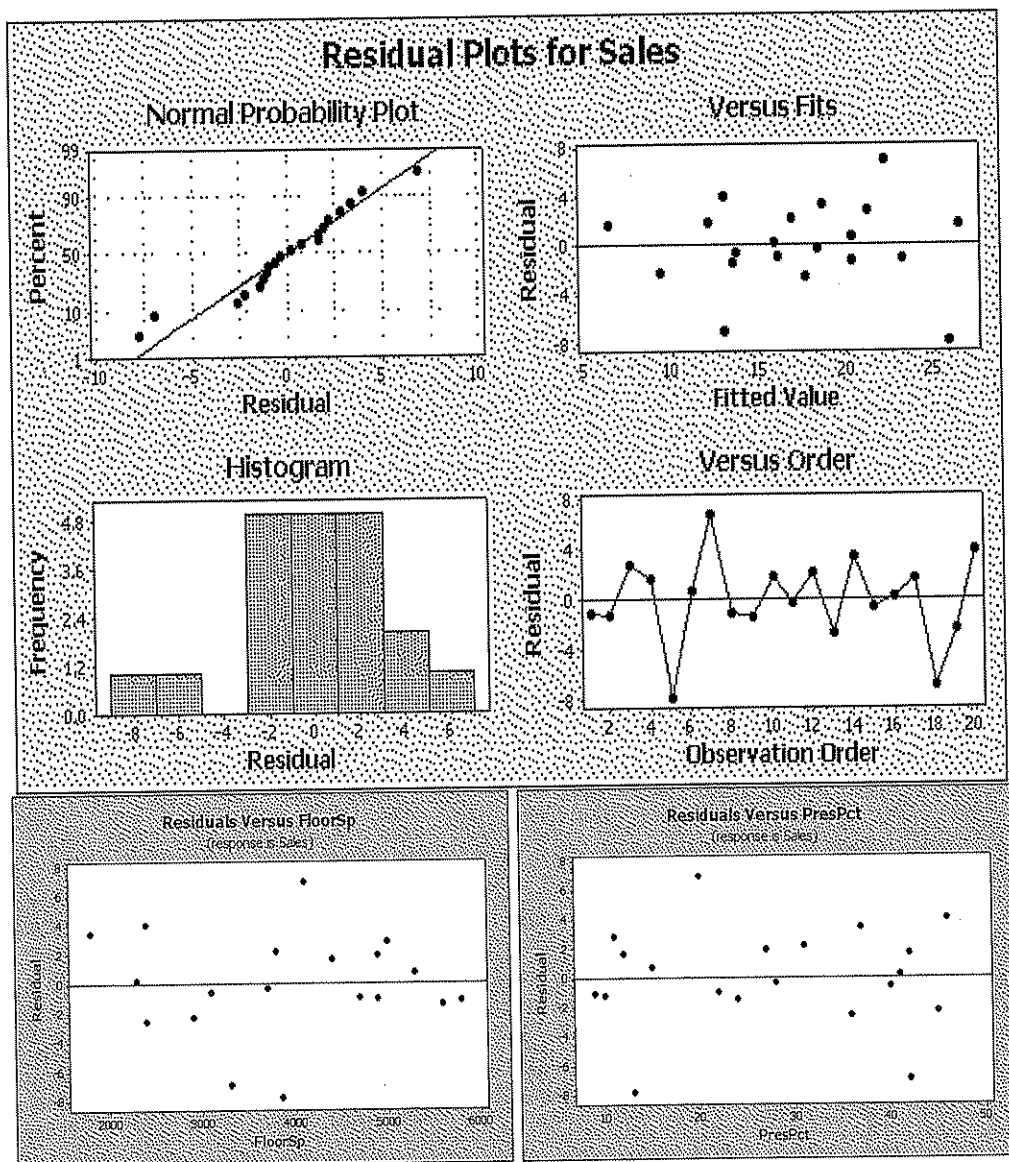
Source	DF	SS
Regression	5	525.44
Residual Error	14	225.11
Total	19	750.55

Source	DF	Seq SS
FloorSp	1	25.17
PresPct	1	474.45
Parking	1	10.34
Income	1	0.87
ShopCtr	1	14.63

- a) Beräkna 95%-iga konfidensintervall för β_1 och β_2 . (1p)
- b) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om analysen?
- (i) Den justerade förklaringsgraden är c:a 59.3%.
 - (ii) Variabeln Parking (x_3) bör tas bort ur modellen p.g.a. att den har det lägsta *VIF*-värdet.
 - (iii) Eftersom medelvärdet av alla *VIF*-värden är större än 1, måste minst en förklaringsvariabel tas bort ur modellen.
 - (iv) Värdet på s är c:a 16.
 - (v) Det höga *VIF*-värdet för variabeln Income (x_4) visar att det finns tydlig interaktion mellan denna och minst en annan förklaringsvariabel.
 - (vi) Eftersom alla *VIF*-värden är större än 1 så gäller att endera skall samtliga variabler vara med i modellen eller också skall ingen av dem vara det. (0.5p)
- c) Avgör med ett lämpligt test på 5% nivå om minst en av variablerna Parking (x_3), Income (x_4) och ShopCtr (x_5) skall vara med i modellen. Svara med teststorhetens värde och om testet är signifikant eller ej. (1p)

v g v

Från ovanstående analys har följande residualanalys gjorts:



Figur 1: Residualanalys

- d) Vilket av följande påståenden stämmer bäst utifrån residualanalysen?
- (i) Variansen hos feltermerna är förmodligen inte konstant utan ökar med ökande nivå hos Sales (y).
 - (ii) Analysen visar att modellen bör utökas med termen $(\text{FloorSp})^2$ (x_1^2).
 - (iii) Normalfördelningsantagandet kan diskuteras, men är rimligt med hänsyn till analysen och det relativt begränsade antalet observationer.
 - (iv) Feltermerna kan inte anses vara oberoende då motsvarande diagram i residualanalysen är alltför instabilt.
 - (v) Modellen är uppenbart linjär då diagrammet "Normal Probability Plot" uppvisar en tydlig anpassning till en rät linje.

(1p)

Ytterligare en analys görs enligt:

Analys 2

Response is Sales on 5 predictors, with N = 20

Step	1	2	3	4
Constant	42.09	43.47	42.83	48.29
FloorSp	-0.0024	-0.0023	-0.0025	-0.0038
T-Value	-1.32	-1.34	-1.50	-3.39
P-Value	0.210	0.200	0.152	0.003
PresPct	-0.50	-0.53	-0.53	-0.58
T-Value	-3.05	-4.65	-4.74	-5.67
P-Value	0.009	0.000	0.000	0.000
Parking	-0.037	-0.040		
T-Value	-0.56	-0.63		
P-Value	0.582	0.537		
Income	0.11			
T-Value	0.25			
P-Value	0.807			
ShopCtr	-3.1	-2.7	-3.0	
T-Value	-0.95	-0.98	-1.14	
P-Value	0.356	0.342	0.272	
S	4.01	3.88	3.81	3.84
R-Sq	70.01	69.87	69.07	66.57
R-Sq(adj)	59.30	61.84	63.27	62.63
Mallows Cp	6.0	4.1	2.4	1.6

v g v

e) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om denna analys?

- (i) Analysen visar en modellvalsprocedur, där den modell väljs som har lägsta värde på måttet C_p .
- (ii) Analysen visar en modellvalsprocedur, där den modell väljs som har lägsta värde på måttet MSE .
- (iii) Analysen visar en modellvalsprocedur, där den modell väljs som har bästa möjliga kombination av värdena på måtten R^2 och R_{adj}^2 .
- (iv) Analysen visar en modellvalsprocedur enligt framåtvalsprincipen.
- (v) Analysen visar en modellvalsprocedur enligt fullständig stegvis regression.
- (vi) Analysen visar en modellvalsprocedur enligt bakåtelimeringsprincipen.

(0.5p)

f) Betrakta de modeller som testats i steg (Step) 1 och steg (Step) 4 ovan. Avgör med ett lämpligt test på 1% nivå om modellen i steg 4 är bättre än modellen i steg 1. Svara med teststorhetens värde och om testet är signifikant eller ej. (1p)

3. Man vill undersöka ett företags prisutveckling i förhållande till prisutvecklingen generellt. Företaget levererar produkter till livsmedelsindustrin och för tre på varandra följande år har följande registrerats

År	Totalförsäljning, löpande priser	Totalförsäljning i priser för ett referensår
1	387	324
2	395	327
3	416	337

För de tre åren antar producentprisindex (PPI) värdena 246, 249, 251. Beräkna ett relativprisindex med basår = År 1 för företagets priser i förhållande till den generella prisutvecklingen hos producerande företag. Ange relativprisindexets värden för de tre åren. (1p)

4. I en ingående studie analyseras efterfrågan vid jämviktsläge, mätt som värdet av den totala konsumtionen i fasta priser per år och person (variabeln Q) av en viss vara. Man använder sig av en prisvariabel (RPI) för varan som är ett relativprisindex i förhållande till den totala privata konsumtionen. Vidare har man identifierat ett viktigt komplement och ett viktigt substitut till varan för vilka man konstruerat motsvarande relativprisindex (RPI_k resp. RPI_s). Man gör två analyser med följande utskrifter:

v g v

Regression Analysis: Q versus RPI, RPI_k, RPI_s

The regression equation is

$$Q = 3688 - 20.8 \text{ RPI} - 3.54 \text{ RPI}_k + 6.94 \text{ RPI}_s$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	3688.0	525.6	7.02	0.000
RPI	-20.817	1.978	-10.52	0.000
RPI_k	-3.535	3.814	-0.93	0.368
RPI_s	6.941	3.251	2.13	0.049

S = 12.86 R-Sq = 92.3% R-Sq(adj) = 90.9%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	31710	10570	63.89	0.000
Residual Error	16	2647	165		
Total	19	34357			

Regression Analysis: log(Q) versus log(RPI), log(RPI_k), log(RPI_s)

The regression equation is

$$\log(Q) = 5.21 - 1.14 \log(\text{RPI}) - 0.192 \log(\text{RPI}_k) + 0.371 \log(\text{RPI}_s)$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	5.2092	0.5618	9.27	0.000
log(RPI)	-1.1381	0.1085	-10.49	0.000
log(RPI_k)	-0.1924	0.2043	-0.94	0.361
log(RPI_s)	0.3707	0.1722	2.15	0.047

S = 0.002981 R-Sq = 92.3% R-Sq(adj) = 90.8%

Analysis of Variance

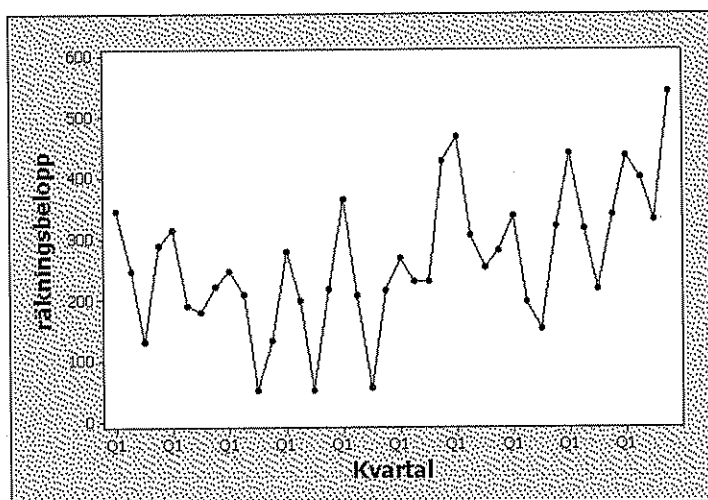
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	0.00169351	0.00056450	63.54	0.000
Residual Error	16	0.00014214	0.00000888		
Total	19	0.00183565			

I utskrifterna innebär log att 10-logaritmen för respektive variabel har använts.

- Beräkna ett 95% konfidensintervall för priselasticiteten (vid jämviktsläge) för varan. (0.5p)
- Använd en lämplig del av analyserna och beräkna en ungefärlig prognos av den relativa förändringen i efterfrågan (dvs total konsumtion av varan) då relativprisindex för varan ökar med 0.6% medan övriga relativprisindex är oförändrade. (0.5p)

v g v

5. I Figur 2 visas kvartalsvisa räkningsbelopp för energikonsumtion i ett rektorsområde under en period av 10 år.



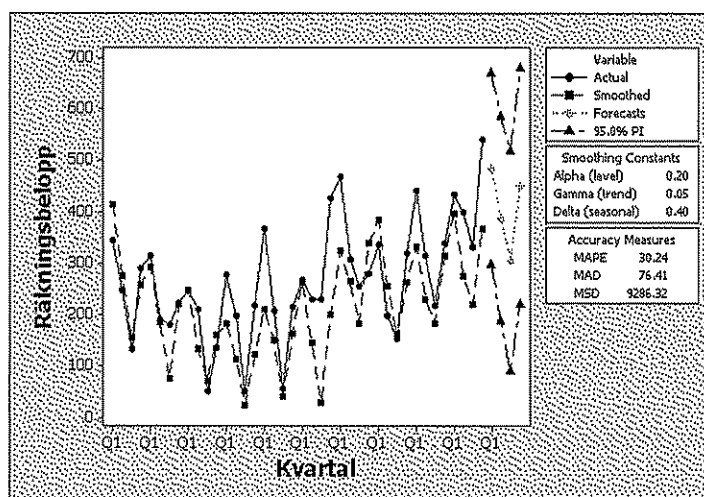
Figur 2: Kvartalsvisa energiräkningar

- a) Vilket av följande påståenden stämmer bäst för tidsserien i figuren?
- (i) Tidsserien bör säsongrensas med glidande medelvärden där varje säsong har vikten $1/12$.
 - (ii) En lämplig modell för komponentuppdelning av tidsserien är en med trend-, cyklisk och oregelbunden komponent.
 - (iii) Diagrammet ger ingen tydlig bild av huruvida additiv eller multiplikativ komponentuppdelning skall användas.
 - (iv) I en komponentuppdelning bör endast säsongkomponenten skattas då såväl trend- som cyklisk komponent inte verkar förekomma.
 - (v) En multiplikativ modell skall användas eftersom tidsserien uppvisar cyklisk variation.
 - (vi) Vid en analys med tidsserieregression skall 4 säsongindikatorer användas.

(0.5p)

v g v

Figur 3 nedan är från en analys med Minitab av tidsserien.



Figur 3: Analys Räkningsbelopp

- b) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om analysen?
- (i) Analysen har gjorts med en additiv modell för komponentuppdelning.
 - (ii) Analysen har gjorts med Winters' metod.
 - (iii) Analysen har gjorts med en autoregressiv modell av ordning 2.
 - (iv) Analysen har gjorts med enkel exponentiell utjämning.
 - (v) Analysen har gjorts med dubbel exponentiell utjämning.
 - (vi) Prognosintervallen har beräknats utifrån en tidsserieregression.

(0.5p)

Formelsamling 2009-12-01

Enkel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i \quad (= \alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i)$$

där $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad regressionslinje:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x \quad (= a + b \cdot x_i)$$

där

$$\begin{aligned} b_1 (= b) &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{aligned}$$

$$b_0 (= a) = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$$

Kvadratsummor:

$$\text{Total: } SST = SS_{yy} = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$SS_{xx} = (n-1) \cdot s_x^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$SS_{xy} = \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - n \cdot (\bar{x}) \cdot (\bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = SS_{yy} - b_1 \cdot SS_{xy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 - b_1 \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum y_i^2 - b_0 \cdot \sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i \cdot y_i$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

Variansskattning

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

$$s = s_e = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

Förklaringsgrad:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

Korrelationskoefficient:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}) \cdot (\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{(n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}} \end{aligned}$$

Konfidensintervall, prognosintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 \sim N\left(\beta_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \sim N\left(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Konfidensintervall för β_1 :

$$b_1 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för β_0 :

$$b_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för $\mu_{y|x_0} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0$:

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Prognosintervall för $y_0 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0 + \varepsilon_0$:

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_0 = 0$:

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{b_0}{s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = 0$ dvs inget samband mellan y och x :

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{b_1}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = B$ (där B är något annat än 0):

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1 - B}{s_{b_1}} = \frac{b_1 - B}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Vid enkelsidiga mothypoteser jämförs t med $t_{[\alpha]}(n-2)$ (eller med $-t_{[\alpha]}(n-2)$ beroende på mothypotesens riktning).

Formellt F-test av $H_0 : \beta_1 = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-2)}$$

Jämför med $F_{[\alpha]}(1, n-2)$

Multipel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

där $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad modell:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k$$

Kvadratsummor:

$$SST = SSE + SSR$$

$$\text{Total: } SST = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

SSE har $n - k - 1$ frihetsgrader, SSR har k frihetsgrader.

Variansskattning:

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n - k - 1}$$

Förklaringsgrad:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

Justerad förklaringsgrad:

$$R_{adj}^2 = \bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n-k-1)}{SST/(n-1)} = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-k-1)}{\sum (y_i - \bar{y})^2 / (n-1)} = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2}$$

Konfidensintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_j \sim N(\beta_j, \sigma_{b_j})$$

Formellt F -test av $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n-k-1)}$$

Jämför med $F_{[\alpha]}(k, n-k-1)$

Konfidensintervall för β_j :

$$b_j \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1) \cdot s_{b_j}$$

där s_{b_j} hämtas från datorutskrift.

Formellt t -test av $H_0 : \beta_j = 0$:

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_j}{s_{b_j}}$$

Jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-k-1)$

Konfidensintervall för $\mu_{y|x_{01}, \dots, x_{0k}}$:

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1) \cdot s \sqrt{\text{Distance value}}$$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s \cdot \sqrt{\text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Prognosintervall för y_0 :

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1) \cdot s \sqrt{1 + \text{Distance value}}$$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s \cdot \sqrt{1 + \text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Partiellt F -test av $H_0 : \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{(SSE_R - SSE_C)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)} = \frac{(SSR_C - SSR_R)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)}$$

där

SSE_R = Residualkvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,
 SSE_C = Residualkvadratsumman i den större (kompletta) modellen,
 SSR_R = Regressionskvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,
 SSR_C = Regressionskvadratsumman i den större (kompletta) modellen, och
 $k-g$ = skillnaden i antal förklaringsvariabler mellan modellerna.

Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

$$\text{Alternativ formel: } F = \frac{(R_{UR}^2 - R_R^2)/r}{(1 - R_{UR}^2)/(n-k-1)}$$

där R_{UR}^2 = Förklaringsgraden i den större (kompletta, "unrestricted") modellen och R_R^2 = Förklaringsgraden i den mindre (reducerade, "restricted") modellen och $r = k-g$

Jämför med $F_{[\alpha]}(r, n-k-1) = F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

Variance Inflation Factor (VIF):

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

där R_j^2 = Förklaringsgraden i modell där x_j är y -variabel och övriga x -variabler är förklaringsvariabler.

Sekventiella kvadratsummor:

$$SSR = SSR(x_1) + SSR(x_2|x_1) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})$$

där $SSR(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})$ är tillskottet till SSR då variabel x_j läggs till en modell med variablerna x_1, x_2, \dots, x_{j-1} .

Ett partiellt F -test av $H_0 : \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$ kan då göras med testfunktionen

$$F = \frac{(SSR(x_{g+1}|x_1, \dots, x_g) + SSR(x_{g+2}|x_1, \dots, x_{g+1}) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})) / (k-g)}{MSE}, \quad \text{Jämför med } F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$$

förutsatt att variablerna matas in i ordningen x_1, x_2, \dots, x_k i modellen.

Exponentiella samband och elasticitetsmodeller:

Logaritmbeteckningar: $\lg x$ betyder 10-logaritmen av x , $\log x$ står för logaritmen och man kan välja om man vill använda $\lg x$ eller $\ln x$ (den naturliga logaritmen). Samma sorts logaritm måste användas genomgående i en och samma analys.

$$\text{Exponentiell modell: } y = \beta_0 \cdot (\beta_1)^x \cdot \delta$$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$$\log y = \log \beta_0 + (\log \beta_1) \cdot x + \log \delta$$

$$\text{Anpassad modell: } \hat{y} = b_0 \cdot (b_1)^x$$

där

$$\begin{aligned} \log b_1 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum \log y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \end{aligned}$$

$$\text{och } \log b_0 = \overline{\log y} - (\log b_1) \cdot \bar{x} \quad [\overline{\log y} = \frac{1}{n} \sum \log y_i]$$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$$SST = \sum (\log y_i - \overline{\log y})^2 = \sum (\log y_i)^2 - n \cdot (\overline{\log y})^2$$

$$\begin{aligned} SSE &= SST - (\log b_1) \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y}) = SST - (\log b_1) \cdot (\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}) = \\ &= \sum (\log y_i)^2 - (\log b_0) \cdot \sum \log y_i - (\log b_1) \cdot \sum x_i \cdot \log y_i \end{aligned}$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av $H_0 : \beta_1 = 1$ dvs inget samband mellan y och $x \iff \log \beta_1 = 0$:

$$\text{Testfunktion } t = \frac{\log b_1}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}}, \text{ jämför med } t_{[\alpha/2]}(n-2)$$

Elasticitetsmodeller:

Formler enligt AJÅ:

x_1 =Pris, x_2 =Inkomst

Modeller:

$$\hat{y} = a \cdot x_1^e, \quad \hat{y} = a \cdot x_2^E, \quad \hat{y} = a \cdot x_1^e \cdot x_2^E$$

e = priselasticitet, E = inkomstelasticitet

Anpassning av t.ex. $\hat{y} = a \cdot x_1^e$:

$$\lg \hat{y} = a' + e \cdot \lg x_1, \quad a' = \lg a$$

$$e = \frac{n \cdot \sum (\lg y) \cdot (\lg x_1) - (\sum \lg y) \cdot (\sum \lg x_1)}{n \cdot \sum (\lg x_1)^2 - (\sum \lg x_1)^2}$$

$$SST = \sum (\lg y - \overline{\lg y})^2 = \sum (\lg y)^2 - \frac{(\sum \lg y)^2}{n}$$

$$SSE = SST - e \cdot \sum (\lg x_1 - \overline{\lg x_1}) \cdot (\lg y - \overline{\lg y}) = \sum (\lg y)^2 - a' \cdot \sum \lg y - e \cdot \sum (\lg x_1) \cdot (\lg y)$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2} \quad [\overline{\lg x} = \frac{1}{n} \sum \lg x_i \text{ och } \overline{\lg y} = \frac{1}{n} \sum \lg y_i]$$

Test av H_0 : priselasticiteten = B där B är ett ifrågasatt värde på priselasticiteten:

$$\text{Testfunktion } t = \frac{e - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (\lg x_1 - \overline{\lg x_1})^2}}}, \text{ jämför med } t_{[\alpha/2]}(n-2) \text{ och vid enkelsidig mothypotes med } t_{[\alpha]}^{(n-2)} \text{ eller}$$

$$-t_{[\alpha]}^{(n-2)}.$$

Formler enligt Mikroekonomin, Fö-anteckningar och datorövningar:

$$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot \delta, \quad Q = \alpha \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + \log \delta$$

$$\log Q = \log C + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

$$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$$\text{Exempel på anpassad modell: } \widehat{Q} = c \cdot (P)^{\widehat{E}_P}, \text{ där } \widehat{E}_P = \frac{\sum (\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q})}{\sum (\log P_i - \overline{\log P})^2} =$$

$$= \frac{\sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}}{\sum (\log P_i)^2 - n \cdot (\overline{\log P})^2} \text{ och}$$

$$\log c = \overline{\log Q} - \widehat{E}_P \cdot \overline{\log P} \quad [\overline{\log P} = \frac{1}{n} \sum \log P_i \text{ och } \overline{\log Q} = \frac{1}{n} \sum \log Q_i]$$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$$SST = \sum (\log Q_i - \overline{\log Q})^2 = \sum (\log Q_i)^2 - n \cdot (\overline{\log Q})^2$$

$$SSE = SST - \widehat{E}_P \cdot \sum (\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q}) = SST - \widehat{E}_P \cdot [\sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}] =$$

$$= \sum (\log Q_i)^2 - (\log c) \cdot \sum \log Q_i - \widehat{E}_P \cdot \sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i)$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av $H_0 : E_P = B$ där B är ett ifrågasatt värde på E_P :

Testfunktion $t = \frac{\widehat{E}_P - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (\log P_i - \log \bar{P})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$.

Index

Sammanatta fastbasindex:

$$I_t = i_{1,t} \cdot w_1 + i_{2,t} \cdot w_2 + \dots + i_{n,t} \cdot w_n$$

där n är antalet ingående varor/tjänster, $i_{1,t}, \dots, i_{n,t}$ är enkla prisindex för ingående varor, alla med basår t_0 och w_1, \dots, w_n väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t_0}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t_0}}$$

$$\text{Paasche: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t}}$$

Kedjeprisindex:

$$I_t = L_{0,1} \cdot L_{1,2} \cdot \dots \cdot L_{t-1,t} \cdot 100$$

där

$$L_{t-1,t} = \sum_{i=1}^n \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot w_{i,t-1,t}$$

är årslänken från år $t-1$ till t för n ingående varor/tjänster. $w_{i,t-1,t}$ väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_{i,t-1,t}^L = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t-1}$$

$$\text{Paasche: } w_{i,t-1,t}^P = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t \text{ i priser för år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t \text{ i priser för år } t-1}$$

Med representantvaror byts "Försäljningsvärdet för vara i " mot "Försäljningsvärdet för varugrupp i " i vikterna.

Implicitprisindex:

$$I_t = \frac{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i löpande priser}}{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i basårets priser}} \cdot 100$$

Relativprisindex:

$$I_t^R = \frac{I_t^v}{I_t^0} \cdot 100$$

där I_t^v = Prisindex för aktuell vara/tjänst/grupp och I_t^0 = Prisindex för den större jämförelsegruppen, t ex KPI.

Tidsserieanalys

Tidsserieregression:

Modell:

$$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$$

där

$$TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t \text{ eller } TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$$

och

$$SN_t = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{si} \cdot x_{si,t}$$

med

L = Antal säsonger och $x_{si,t} = 1$ om t tillhör säsong i och $= 0$ annars.

Durbin-Watson's test:

Test av H_0 : Residualerna är okorrelerade.

$$\text{Testfunktion } d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

där $e_t = y_t - \hat{y}_t$.

Jämförelser:

Om $d < 1 \Rightarrow$ Förkasta H_0 , positiv seriell korrelation

Om $d > 3 \Rightarrow$ Förkasta H_0 , positiv seriell korrelation

Om $1 \leq d \leq 3 \Rightarrow H_0$ kan ej förkastas.

Komponentuppdelning:

Modeller:

$$\text{Multiplikativ modell: } y_t = TR_t \cdot SN_t \cdot CL_t \cdot IR_t$$

$$\text{Additiv modell: } y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$$

Enkel exponentiell utjämning:

$$\text{Modell: } y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\text{Uppdateringsschema för skattning av } \mu : S_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1} \quad 0 < \alpha < 1$$

$$\text{Prognos: } \hat{y}_{t+r} = S_t$$

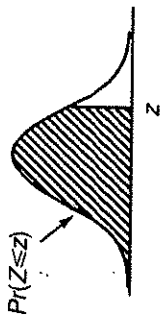
$$\text{Prognosintervall: } S_t \pm z \cdot s \cdot \sqrt{1 + \alpha^2}$$

där $z = 1.96$ för 95% intervall, 2.576 för 99% intervall och

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

Tabell 3a. Normalfördelningen

Om Z är en standardiserad normalfördelad variabel ger tabellen $Pr(Z \leq z)$.



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

Kommentar:

På grund av den standardiserade normalfördelningens symmetri kring punkten noll är sannolikheterna endast tabellerade för positiva z -värden.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990									
3,2	0,9993									
3,3	0,9995									
3,4	0,9997									
3,5	0,9998									
3,6	0,9998									
3,7	0,9999									

För större värden se tabell 3b.

Tabell 3b. Normalfördelningen

Det mot en given sannolikhet svarande z -värdet.



$P\%$	z	$P\%$	z	$P\%$	z	$P\%$	z
50	0,0000	4,8	1,6646	2,4	1,9774	0,9	2,3656
45	0,1257	4,6	1,6849	2,3	1,9954	0,8	2,4089
40	0,2533	4,4	1,7060	2,2	2,0141	0,7	2,4573
35	0,3853	4,2	1,7279	2,1	2,0335	0,6	2,5121
30	0,5244	4,0	1,7507	2,0	2,0537	0,5	2,5758
25	0,6745	3,8	1,7744	1,9	2,0749	0,4	2,6521
20	0,8416	3,6	1,7991	1,8	2,0969	0,3	2,7478
15	1,0364	3,4	1,8250	1,7	2,1201	0,2	2,8782
12	1,1750	3,2	1,8522	1,6	2,1444	0,1	3,0902
10	1,2816	3,0	1,8808	1,5	2,1701	0,05	3,2905
9	1,3408	2,9	1,8957	1,4	2,1973	0,01	3,7190
8	1,4051	2,8	1,9110	1,3	2,2262	0,005	3,8906
7	1,4758	2,7	1,9268	1,2	2,2571	0,001	4,2649
6	1,5548	2,6	1,9431	1,1	2,2904	0,0005	4,4172
5	1,6449	2,5	1,9600	1,0	2,3263	0,00005	4,8916

Tabeller över t -, F - och χ^2 -fördelningarna

Tabell 1. t -koefficienter vid dubbelsidiga intervall

Fg	Konfidensnivå (%)						
	80	90	95	98	99	99.8	99.9
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.61
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.02
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.51	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78	3.44	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Utökad *t*-tabell för frihetsgrader 30-80

Fg	Konfidensnivå %				
	80	90	95	98	99
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
37	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712
39	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
41	1.303	1.683	2.020	2.421	2.701
42	1.302	1.682	2.018	2.418	2.698
43	1.302	1.681	2.017	2.416	2.695
44	1.301	1.680	2.015	2.414	2.692
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
46	1.300	1.679	2.013	2.410	2.687
47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
51	1.298	1.675	2.008	2.402	2.676
52	1.298	1.675	2.007	2.400	2.674
53	1.298	1.674	2.006	2.399	2.672
54	1.297	1.674	2.005	2.397	2.670
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
56	1.297	1.673	2.003	2.395	2.667
57	1.297	1.672	2.002	2.394	2.665
58	1.296	1.672	2.002	2.392	2.663
59	1.296	1.671	2.001	2.391	2.662
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
61	1.296	1.670	2.000	2.389	2.659
62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
66	1.295	1.668	1.997	2.384	2.652
67	1.294	1.668	1.996	2.383	2.651
68	1.294	1.668	1.995	2.382	2.650
69	1.294	1.667	1.995	2.382	2.649
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
71	1.294	1.667	1.994	2.380	2.647
72	1.293	1.666	1.993	2.379	2.646
73	1.293	1.666	1.993	2.379	2.645
74	1.293	1.666	1.993	2.378	2.644
75	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
76	1.293	1.665	1.992	2.376	2.642
77	1.293	1.665	1.991	2.376	2.641
78	1.292	1.665	1.991	2.375	2.640
79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639

Tabell 2.1. F-värden vid enkelsidigt test på 5%-nivån

n_1	n_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	∞
1	161.	200.	216.	225.	230.	234.	237.	239.	241.	242.	243.	244.	245.	246.	246.	247.	247.	248.	248.	248.	248.	249.	250.	251.	252.	252.	252.	253.	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70	8.69	8.68	8.67	8.67	8.66	8.64	8.62	8.62	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.84	5.83	5.82	5.81	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.67	5.66	5.63	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.60	4.59	4.58	4.57	4.56	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.37	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.92	3.91	3.90	3.88	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.72	3.71	3.67	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.49	3.48	3.47	3.46	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.23	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.20	3.19	3.17	3.16	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.93	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.71	
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.83	2.81	2.80	2.79	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.54	
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.70	2.69	2.67	2.66	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.47	2.46	2.40	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.60	2.58	2.57	2.56	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.36	2.35	2.30	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.51	2.50	2.48	2.47	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.27	2.26	2.21	
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.44	2.43	2.41	2.40	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.20	2.19	2.13	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.38	2.37	2.35	2.34	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.07	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.33	2.32	2.30	2.29	2.28	2.24	2.20	2.15	2.12	2.11	2.08	2.07	2.01	
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.44	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.26	2.24	2.23	2.22	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.03	2.02	1.96	
18	4.41	3.55	3.16	2.92	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.99	1.94	1.88	
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.21	2.20	2.18	2.17	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.96	1.91	1.84	
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.92	1.91	1.84	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.73	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.99	1.98	1.96	1.95	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.62	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.51	
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.58	1.54	1.52	1.44	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.54	1.50	1.48	1.39	
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.32	
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.68	1.63	1.57	1.52	1.48	1.45	1.41	1.39	1.28	
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69	1.67	1.64	1.62	1.60	1.59	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.27	1.24	1.00	

Tabell 2.2. F-värden vid enkelsidigt test på 1%-nivån

$\frac{r}{n}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	
1	4050	5000	5400	5630	5760	5860	5930	5980	6020	6060	6080	6110	6130	6140	6160	6170	6180	6190	6200	6210	6230	6260	6290	6300	6310	6330	6380	6370
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1	27.0	26.9	26.8	26.8	26.8	26.8	26.7	26.7	26.7	26.7	26.7	26.7	26.7	26.7	26.7	26.7
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4	14.3	14.2	14.2	14.1	14.1	14.0	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.68	9.64	9.61	9.58	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.16	9.13	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.52	7.48	7.45	7.42	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	7.01	6.99	6.88
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.27	6.24	6.21	6.18	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.78	5.75	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.48	5.44	5.41	5.38	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.99	4.96	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.00	4.96	4.92	4.89	4.86	4.83	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.44	4.42	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.52	4.49	4.46	4.43	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.04	4.01	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.21	4.18	4.15	4.12	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.73	3.71	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.97	3.94	3.91	3.88	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.49	3.47	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.78	3.75	3.72	3.69	3.66	3.58	3.51	3.43	3.38	3.34	3.30	3.27	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.62	3.59	3.56	3.53	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.14	3.11	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56	3.52	3.49	3.45	3.42	3.40	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	3.00	2.98	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45	3.41	3.37	3.34	3.31	3.28	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.89	2.86	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.27	3.24	3.21	3.18	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.79	2.76	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.19	3.16	3.13	3.10	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.70	2.68	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.63	2.60	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	3.05	3.02	2.99	2.96	2.94	2.86	2.78	2.72	2.66	2.64	2.61	2.56	2.42
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.36	2.33	2.21
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.66	2.63	2.60	2.57	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.16	2.13	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.28	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.48	2.45	2.42	2.39	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.97	1.94	1.80
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.79	2.70	2.63	2.56	2.51	2.46	2.42	2.38	2.35	2.32	2.29	2.27	2.18	2.10	2.01	1.95	1.91	1.86	1.82	1.68
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.78	1.75	1.60
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.31	2.27	2.23	2.20	2.17	2.14	2.12	2.03	1.94	1.85	1.79	1.75	1.69	1.66	1.49
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.26	2.22	2.19	2.15	2.12	2.09	2.07	1.98	1.89	1.80	1.73	1.69	1.63	1.60	1.43
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97	1.93	1.90	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.40	1.36	1.00

© Författarna och Studentlitteratur

732G71 STATISTIK B
PROVKOD TENT
SVARSBLANKETT

AID: _____

Markera ditt svarsalternativ genom att ringa in det.
Endast ett svarsalternativ per deluppgift får markeras.
Kontrollera att du har markerat i alla deluppgifter du har besvarat!

- Uppgift 2*
- (a) 1 β_1 : (-0.0033, -0.0015); β_2 : (-0.58, -0.42)
2 β_1 : (-0.0041, -0.0007); β_2 : (-0.65, -0.35)
3 β_1 : (-0.0064, 0.0015); β_2 : (-0.85, -0.15)
4 β_1 : (-0.0043, -0.0006); β_2 : (-0.66, -0.34)
5 β_1 : (19.75, 64.43); β_2 : (-0.0064, -0.0015)
6 β_1 : (-0.0015, 0.0064); β_2 : (0.15, 0.85)
- (b) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)
- (c) 1 Teststorhetens värde är 0.54. Testet är signifikant!
2 Teststorhetens värde är 0.54. Testet är inte signifikant!
3 Teststorhetens värde är 3.34. Testet är signifikant!
4 Teststorhetens värde är 3.34. Testet är inte signifikant!
5 Teststorhetens värde är 6.54. Testet är signifikant!
6 Teststorhetens värde är 6.54. Testet är inte signifikant!
- (d) (i) (ii) (iii) (iv) (v)
- (e) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)
- (f) 1 Teststorhetens värde är 0.38. Testet är signifikant!
2 Teststorhetens värde är 0.38. Testet är inte signifikant!
3 Teststorhetens värde är -0.23. Testet är signifikant!
4 Teststorhetens värde är -0.23. Testet är inte signifikant!
5 Teststorhetens värde är 0.54. Testet är signifikant!
6 Teststorhetens värde är 0.54. Testet är inte signifikant!

Uppgift 3

1	100.0,	99.9,	101.3
2	100.0,	101.1,	103.3
3	48.6,	48.5,	49.1
4	100.0,	100.1,	98.7
5	98.7,	98.6,	100.0
6	100.0,	97.7,	94.8

Uppgift 4

(a)	1	(-25.0, -16.6)
	2	(-1.19, -1.09)
	3	(-1.37, -0.91)
	4	(-0.63, 0.24)
	5	(-0.22, -0.20)
	6	(-1.25, -1.03)
(b)	1	Minskning med 0.7%
	2	Minskning med 21%
	3	Ökning med 0.7%
	4	Minskning med 1.1%
	5	Ökning med 1.1%
	6	Minskning med 11.7%

Uppgift 5

(a)	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
(b)	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)