

Exp.



## Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

<b>Datum för tentamen</b>	2009-12-04
<b>Sal (1)</b> Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och <u>ringa in</u> vilken sal som avses	TER1
<b>Tid</b>	8-12
<b>Kurskod</b>	732G71
<b>Provkod</b>	TENT
<b>Kursnamn/benämning</b> <b>Provnamn/benämning</b>	Statistik B Tentamen
<b>Institution</b>	IDA
<b>Antal uppgifter som ingår i tentamen</b>	5
<b>Jour/Kursansvarig</b> Ange vem som besöker salen	Anders Nordgaard
<b>Telefon under skrivtiden</b>	013-241840
<b>Besöker salen ca kl.</b>	09.30
<b>Kursadministratör/kontaktperson</b> (namn + tfnr + mailaddress)	Carita Lija, 1463, carli@ida.liu.se
<b>Tillåtna hjälpmedel</b>	Räknedosa (valfri), lexikon
<b>Övrigt</b>	
<b>Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat</b>	
<b>Antal exemplar i påsen</b>	



## STATISTIK B, 8 HP

TENTAMEN FREDAGEN DEN 4 DECEMBER 2009  
08.00-12.00

PROVKOD TENT

Hjälpmedel:  
Jourhavande lärare:  
Poänggränser m m:

Räknedosa. Lexikon  
Anders Nordgaard  
Skrivningen ger maximalt 15 skrivningspoäng. För betyget Godkänd krävs normalt 9 poäng. För betyget Väl Godkänd krävs normalt 12 poäng.  
Formelsamling och tabeller följer efter uppgifterna, Svarsformulär till uppgifterna 2-5 finns i slutet.

*Lycka till!*

Obs! Till uppgift 1 skall fullständig lösning inlämnas. Till uppgifterna 2-5 lämnas endast svar på svarsblankett, som finns längst bak i detta formulär.

1. Nedanstående datamaterial visar resultat från en undersökning gjord bland 10 slumpmässigt valda restauranger i en stad. Till varje restaurang har ställts frågan: "Vad är priset på er billigaste varmrätt (huvudrätt) med oxfilé som huvudingrediens?" För varje restaurang har också mätts avståndet i 100-tals meter till stadens definierade centrumpunkt (en staty på det centrala torget).

Restaurang	Pris i kronor ( $y$ )	Avstånd till centrumpunkten i 100-tals meter ( $x$ )
1	230	1.85
2	280	3.30
3	315	0.55
4	265	0.70
5	340	2.40
6	270	1.60
7	270	3.10
8	295	1.80
9	310	0.90
10	255	1.50

Man ställer sig frågan om man kan förklara priset åtminstone till en del genom den enkla linjära regressionsmodellen:  $y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x + \varepsilon$ , där feltermerna  $\varepsilon$  antas vara oberoende och  $N(0, \sigma)$ -fördelade. Följande har beräknats:

$$\sum x = 17.7, \sum y = 2830, \sum x^2 = 39.335, \sum y^2 = 810300, \sum x \cdot y = 4985.75.$$

- a) Plotta priset mot avstånd till centrumunkten för de 10 restaurangerna. Ange om du tycker det verkar finnas ett linjärt samband och motivera ditt svar. (1p)
- b) Visa med beräkningar att korrelationskoefficienten mellan pris och avstånd blir c:a  $-0.085$ . (0.5p)
- c) Beräkna skattningar av parametrarna  $\beta_0$  och  $\beta_1$ , dvs beräkna  $b_0$  och  $b_1$ . (1p)
- d) Hur stor del av variationen i pris förklaras av avstånd till centrumunkten? (0.5p)
- e) Beräkna ett 99% konfidensintervall för det genomsnittliga priset på den billigaste huvudrätten med oxfilé som huvudingrediens på en restaurang som ligger 100 meter från centrumunkten. (1p)
- f) Beräkna en prognos och ett 99% prognosintervall för priset på den billigaste huvudrätten med oxfilé som huvudingrediens på en restaurang som ligger 100 meter från centrumunkten. (1.5p)
- g) Ange minst tre olika sätt att med residualanalys bedöma om den använda modellen verkar vara bra. Ange för varje sätt vad det är man bedömer. (Obs! Inga beräkningar eller diagram skall göras) (1.5p)
2. Ett amerikanskt marknadsundersökningsföretag har undersökt hur försäljningen av receptbelagda läkemedel kan tänkas bero av ett antal olika variabler. Studien har gjorts för 20 slumpmässigt valda apotek under ett år och de variabler som studerats är:
- |                   |   |
|-------------------|---|
| Sales ( $y$ )     | Årsgenomsnittet av veckoförsäljningen av receptbelagda läkemedel (1000-tals dollar)   |
| FloorSp ( $x_1$ ) | Butiksyta (kvadratfot)  |
| PresPct ( $x_2$ ) | Procentandel av butiksytan som används till försäljning av receptbelagda läkemedel    |
| Parking ( $x_3$ ) | Antalet parkeringsplatser som är avsedda för apotekskunder                            |
| Income ( $x_4$ )  | Genomsnittlig veckoinkomst per capita i apotekets upptagningsområde (100-tals dollar) |
| ShopCtr ( $x_5$ ) | = 1 om apoteket ligger i ett shoppingcentrum och annars 0.                            |
- På nästa sida visas hela datamaterialet

Apotek	Sales	FloorSp	PresPct	Parking	Income	ShopCtr
1	22	4900	9	40	18	1
2	19	5800	10	50	20	1
3	24	5000	11	55	17	1
4	28	4400	12	30	19	0
5	18	3850	13	42	10	0
6	21	5300	15	20	22	1
7	29	4100	20	25	8	0
8	15	4700	22	60	15	1
9	12	5600	24	45	16	1
10	14	4900	27	82	14	1
11	18	3700	28	56	12	0
12	19	3800	31	38	8	0
13	15	2400	36	35	6	0
14	22	1800	37	28	4	0
15	13	3100	40	43	6	0
16	16	2300	41	20	5	0
17	8	4400	42	46	7	1
18	6	3300	42	15	4	0
19	7	2900	45	30	9	1
20	17	2400	46	16	3	0

Man prövar en regressionsmodell där variabeln Sales ( $y$ ) förklaras av variablerna FloorSp ( $x_1$ ) och PresPct ( $x_2$ )

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \varepsilon$$

En censurerad utskrift från en analys med Minitab är följande:

## Analys 1

Regression Analysis: Sales versus FloorSp; PresPct

The regression equation is

Sales = 48.3 - 0.00384 FloorSp - 0.582 PresPct

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	48.291	6.890
FloorSp	-0.003842	0.001133
PresPct	-0.5819	0.1026

Analysis of Variance

Source	DF	SS
Regression	2	499.61
Residual Error	17	250.94
Total	19	750.55

Source	DF	Seq SS
FloorSp	1	25.17
PresPct	1	474.45

Predicted Values for New Observations

New Obs	Fit	SE Fit	95% CI	95% PI
1	15.465	0.914	(13.536; 17.394)	(7.133; 23.797)

Values of Predictors for New Observations

New Obs	FloorSp	PresPct
1	4000	30.0

- a) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om analysen?
- (i) Förklaringsgraden är c:a 63%.
  - (ii) Det förväntade årsgenomsnittet av veckoförsäljningen minskar i genomsnitt med 58% när procentandelen yta som används för försäljning av receptbelagda läkemedel ökar med en procentenhet.
  - (iii) Det faktiska årsgenomsnittet av veckoförsäljningen för ett apotek med 4000 kvadratfots yta och 30% av ytan använd för försäljning av receptbelagda läkemedel ligger med 95% säkerhet mellan 13526 och 17394 dollar.
  - (iv) Slumpstandardavvikelsen ( $\sigma$ ) skattas till ungefär 3840 dollar.
  - (v) Ett apotek med butiksytan 0 kvadratfot säljer receptbelagda läkemedel för i genomsnitt 48291 dollar per vecka.
  - (vi) Om butiksytan ökar med 100 kvadratfot så ökar det förväntade årsgenomsnittet av veckoförsäljningen med c:a 384 dollar.

(0.5p)

v g v

- b) Avgör med ett lämpligt test på 5% nivå om minst en av variablerna FloorSp ( $x_1$ ) och PresPct ( $x_2$ ) skall vara med i modellen. Svara med teststorhetens värde och om testet är signifikant eller ej. (1p)
- c) Beräkna ett 99% prognosintervall för årsgenomsnittet av veckoförsäljningen hos ett apotek med 4000 kvadratfots yta och 30% av ytan använd för försäljning av receptbelagda läkemedel. (1p)

En annan analys är följande:

## Analys 2

Regression Analysis: Sales versus PresPct; ShopCtr; PresPct\*ShopCtr

The regression equation is

Sales = 29.8 - 0.368 PresPct - 4.22 ShopCtr - 0.064 PresPct\*ShopCtr

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	29.846	3.613
PresPct	-0.3679	0.1081
ShopCtr	-4.223	4.560
PresPct*ShopCtr	-0.0643	0.1520

### Analysis of Variance

Source	DF	SS
Regression	3	488.58
Residual Error	16	261.97
Total	19	750.55

Source	DF	Seq SS
PresPct	1	329.74
ShopCtr	1	155.91
PresPct*ShopCtr	1	2.93

där man har skapat den nya variablen PresPct\*ShopCtr ( $x_3$ ) som alltså är produkten av variablerna  $x_2$  och  $x_3$ .

- d) Den modell som ligger till grund för denna analys kan tolkas som två olika enkla regressionslinjer för sambandet mellan Sales och PresPct, den ena för apotek som ligger i ett shoppingcentrum och den andra för apotek som inte gör det. Vilka är de skattade lutningskoefficienterna för dessa två linjer? (1p)
- e) Testa på 5% nivå om de två linjerna i deluppgift d) sammanfaller. Svara med teststorhetens värde samt om linjerna sammanfaller eller ej. (1p)

v g v

Ytterligare en analys görs enligt:

### Analys 3

```
MTB > breg c2 c3-c7
```

```
Best Subsets Regression: Sales versus FloorSp; PresPct; ...
```

```
Response is Sales
```

Vars	R-Sq	R-Sq(adj)	Mallows		S p t g e r					
			Cp	S	F	P	P	S		
1	43.9	40.8	10.2	4.8351		X				
1	14.8	10.1	23.8	5.9604					X	
2	66.6	62.6	1.6	3.8420	X	X				
2	64.7	60.6	2.5	3.9474	X				X	
3	69.1	63.3	2.4	3.8089	X	X			X	
3	67.9	61.9	3.0	3.8778	X	X	X			
4	69.9	61.8	4.1	3.8825	X	X	X		X	
4	69.3	61.1	4.3	3.9176	X	X		X	X	
5	70.0	59.3	6.0	4.0099	X	X	X	X	X	

f) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om denna analys?

- De höga inledande värdena på måttet  $C_p$  tyder på allvarliga problem med multikolinjäritet.
- Den bästa modellen är den med samtliga förklaringsvariabler då den har högst förklaringsgrad.
- Orsaken till att variabeln Parking inte kommer med i någon modell med två variabler är att den är den variabel som har högst korrelation med var och en av övriga förklaringsvariabler.
- Om måttet  $C_p$  används för att välja bästa modell skall modellen med FloorSp och PresPct väljas.
- Om justerad förklaringsgrad används för att välja bästa modell skall modellen med samtliga förklaringsvariabler väljas.
- Analysen kan inte användas för att välja en bästa modell eftersom måttet  $C_p$  talar för en modell med färre förklaringsvariabler än vad måttet  $R_{adj}^2$  gör.

(0.5p)

v g v

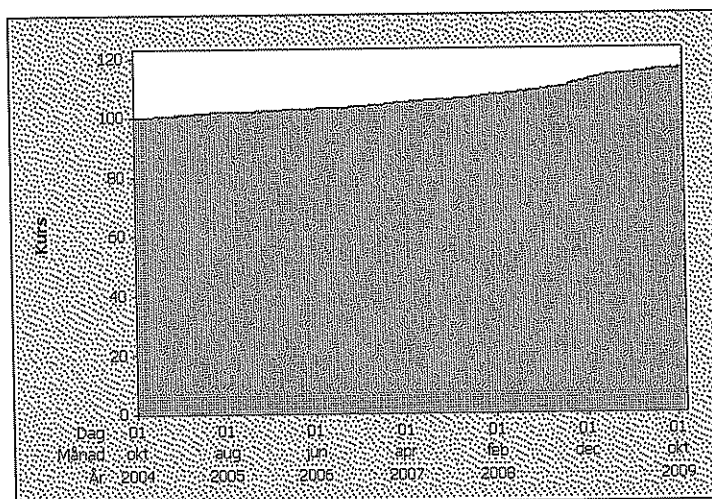


3. För att undersöka prisutvecklingen på snabbmat i Hammarhyttan har man studerat priser och försäljning hos ortens två grillkiosker: Fikonkvists korv och Rävluvds hamburgeri. Nedanstående tabell sammanfattar vad man kommit fram till (alla priser är exklusive moms).

År	Fikonkvists korv		Rävluvds hamburgeri	
	Pris "Grillad med mos" (kr)	Total försäljning (Mkr)	Pris "150-grammare med strips" (kr)	Total försäljning (Mkr)
2006	30	0.41	36	0.38
2007	31	0.40	36	0.37
2008	31	0.39	38	0.40

Använd data för att på lämpligt sätt beräkna ett sammansatt kedjeprisindex av Laspeyretyp för snabbmat i Hammarhyttan. Låt basåret vara 2006 och ange indexets värden för åren 2006, 2007 och 2008. (1p)

4. I Figur 1 nedan visas dagskurser för räntefonden "Absolutavkastning Plus" i Roburs fondutbud.



Figur 1: Kurs "Absolutavkastning Plus" 2004-10-01-2009-10-30 (Källa: Robur)

För att undersöka tillväxten hos fonden görs följande analys i Minitab, där  $\lg(\text{Kurs})$  står för 10-logaritmen av kursen.

Regression Analysis: lg(Kurs) versus Dag

The regression equation is

$$\lg(\text{Kurs}) = 0.664 + 0.000035 \text{ Dag}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0.664008	0.008037	82.62	0.000
Dag	0.00003475	0.00000021	169.46	0.000

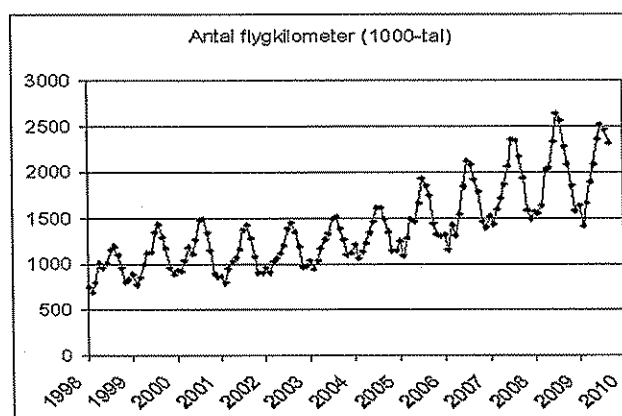
S = 0.00473350 R-Sq = 93.9% R-Sq(adj) = 93.9%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0.64345	0.64345	28717.59	0.000
Residual Error	1854	0.04154	0.00002		
Total	1855	0.68499			

Uppskatta med hjälp av analysen den genomsnittliga tillväxten per år hos fonden under perioden 2004-10-01-2009-10-30. (1p)

5. I Figur 2 visas antalet flygkilometer per månad med slovenskt flyg under perioden januari 1998 - september 2009.



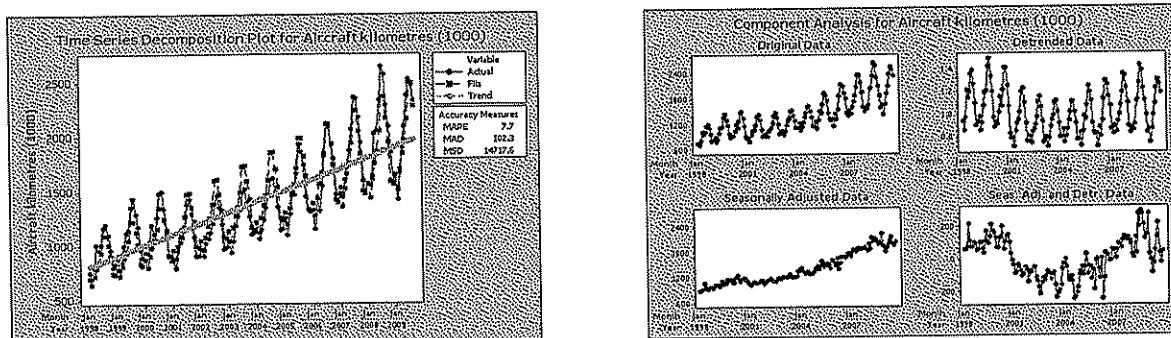
Figur 2: Antalet flygkilometer med slovenska plan jan 1998– sep 2009

a) Vilket av följande påståenden stämmer *inte* för tidsserien i figuren?

- (i) Tidsserien är inte stationär.
- (ii) Säsongsvariationen verkar multiplikativt på nivån hos serien.
- (iii) Effekter av "11 september" kan ses i tidsserien.
- (iv) Prognoser för serien kan inte göras p.g.a. den tydliga cykliska variationen.
- (v) Lämplig prognosmetod för serien kan vara Winter's metod.
- (vi) Om tidsserieregression används för att modellera serien skall (högst) 11 säsongsindikatorer (säsongdummies) användas.

(0.5p)

Figur 3 nedan är från en analys med Minitab av tidsserien.



Figur 3: Analys av antalet flygkilometer

b) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om analysen?

- (i) Analysen har gjorts med en additiv modell för komponentuppdelning.
- (ii) Analysen har gjorts med Winters' additiva metod.
- (iii) Analysen har gjorts med en autoregressiv modell av ordning 2.
- (iv) Säsongrensade data visar på en exponentiellt avtagande trend.
- (v) Analysen har inte tagit hänsyn till cyklisk variation i tidsserien.
- (vi) Trend- och säsongrensade data visar inte på förekomst av någon cyklisk komponent.

(0.5p)



## Formelsamling 2009-12-01

### Enkel linjär regressionsanalys:

#### Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i \quad (= \alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i)$$

där  $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$ .

#### Anpassad regressionslinje:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x \quad (= a + b \cdot x_i)$$

där

$$\begin{aligned} b_1 (= b) &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{aligned}$$

$$b_0 (= a) = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$$

#### Kvadratsummor:

$$\text{Total: } SST = SS_{yy} = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$SS_{xx} = (n-1) \cdot s_x^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$SS_{xy} = \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - n \cdot (\bar{x}) \cdot (\bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = SS_{yy} - b_1 \cdot SS_{xy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 - b_1 \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum y_i^2 - b_0 \cdot \sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i \cdot y_i$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

#### Variansskattning

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

$$s = s_e = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

#### Förklaringsgrad:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

#### Korrelationskoefficient:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}) \cdot (\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{(n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}} \end{aligned}$$

#### Konfidensintervall, prognosintervall och hypotesprövning

##### Stickprovsfördelningar:

$$b_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 \sim N\left(\beta_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \sim N\left(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Konfidensintervall för  $\beta_1$ :

$$b_1 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för  $\beta_0$ :

$$b_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left( \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för  $\mu_{y|x_0} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0$ :

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left( \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Prognosintervall för  $y_0 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0 + \varepsilon_0$ :

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Formellt t-test av  $H_0: \beta_0 = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{b_0}{s \cdot \sqrt{\left( \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)}} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med  $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av  $H_0: \beta_1 = 0$  dvs inget samband mellan  $y$  och  $x$ :

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{b_1}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med  $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av  $H_0: \beta_1 = B$  (där  $B$  är något annat än 0):

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1 - B}{s_{b_1}} = \frac{b_1 - B}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med  $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Vid enkelsidiga mothypoteser jämförs  $t$  med  $t_{[\alpha]}(n-2)$  (eller med  $-t_{[\alpha]}(n-2)$  beroende på mothypotesens riktning).

Formellt F-test av  $H_0: \beta_1 = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-2)}$$

Jämför med  $F_{[\alpha]}(1, n-2)$

## Multipel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

där  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$ .

Anpassad modell:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k$$

Kvadratsummor:

$$SST = SSE + SSR$$

$$\text{Total: } SST = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

$SSE$  har  $n - k - 1$  frihetsgrader,  $SSR$  har  $k$  frihetsgrader.

Variansskattning:

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n - k - 1}$$

Förklaringsgrad:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

Justerad förklaringsgrad:

$$R_{adj}^2 = \bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n - k - 1)}{SST/(n - 1)} = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - k - 1)}{\sum (y_i - \bar{y})^2 / (n - 1)} = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2}$$

Konfidensintervall och hypotesprövning

*Stickprovsfördelningar:*

$$b_j \sim N(\beta_j, \sigma_{b_j})$$

Formellt  $F$ -test av  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n - k - 1)}$$

Jämför med  $F_{[\alpha]}(k, n - k - 1)$

*Konfidensintervall för  $\beta_j$ :*

$$b_j \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s_{b_j}$$

där  $s_{b_j}$  hämtas från datorutskrift.

Formellt  $t$ -test av  $H_0 : \beta_j = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_j}{s_{b_j}}$$

Jämför med  $t_{[\alpha/2]}(n - k - 1)$

*Konfidensintervall för  $\mu_{y|x_{01}, \dots, x_{0k}}$ :*

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s \sqrt{\text{Distance value}}$$

där  $s = \sqrt{MSE}$  och "Distance value" (eller  $s \cdot \sqrt{\text{Distance value}}$ ) bestäms från datorutskrift.

*Prognosintervall för  $y_0$ :*

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s \sqrt{1 + \text{Distance value}}$$

där  $s = \sqrt{MSE}$  och "Distance value" (eller  $s \cdot \sqrt{1 + \text{Distance value}}$ ) bestäms från datorutskrift.

Partiellt  $F$ -test av  $H_0: \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{(SSE_R - SSE_C)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)} = \frac{(SSR_C - SSR_R)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)}$$

där

$SSE_R$  = Residualkvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,

$SSE_C$  = Residualkvadratsumman i den större (kompletta) modellen,

$SSR_R$  = Regressionskvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,

$SSR_C$  = Regressionskvadratsumman i den större (kompletta) modellen, och

$k-g$  = skillnaden i antal förklaringsvariabler mellan modellerna.

Jämför med  $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$ .

$$\text{Alternativ formel: } F = \frac{(R_{UR}^2 - R_R^2)/r}{(1 - R_{UR}^2)/(n-k-1)}$$

där  $R_{UR}^2$  = Förklaringsgraden i den större (kompletta, "unrestricted") modellen och  $R_R^2$  = Förklaringsgraden i den mindre (reducerade, "restricted") modellen och  $r = k-g$

Jämför med  $F_{[\alpha]}(r, n-k-1) = F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$ .

Variance Inflation Factor (VIF):

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

där  $R_j^2$  = Förklaringsgraden i modell där  $x_j$  är  $y$ -variabel och övriga  $x$ -variabler är förklaringsvariabler.

Sekventiella kvadratsummor:

$$SSR = SSR(x_1) + SSR(x_2|x_1) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})$$

där  $SSR(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})$  är tillskottet till  $SSR$  då variabel  $x_j$  läggs till en modell med variablerna  $x_1, x_2, \dots, x_{j-1}$ .

Ett partiellt  $F$ -test av  $H_0: \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$  kan då göras med testfunktionen

$$F = \frac{(SSR(x_{g+1}|x_1, \dots, x_g) + SSR(x_{g+2}|x_1, \dots, x_{g+1}) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})) / (k-g)}{MSE}, \quad \text{Jämför med } F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$$

förutsatt att variablerna matas in i ordningen  $x_1, x_2, \dots, x_k$  i modellen.

## Exponentiella samband och elasticitetsmodeller:

*Logaritmbeteckningar:*  $\lg x$  betyder 10-logaritmen av  $x$ ,  $\log x$  står för logaritm och man kan välja om man vill använda  $\lg x$  eller  $\ln x$  (den naturliga logaritmen). Samma sorts logaritm måste användas genomgående i en och samma analys.

$$\text{Exponentiell modell: } y = \beta_0 \cdot (\beta_1)^x \cdot \delta$$

där  $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$$\log y = \log \beta_0 + (\log \beta_1) \cdot x + \log \delta$$

$$\text{Anpassad modell: } \hat{y} = b_0 \cdot (b_1)^x$$

där

$$\begin{aligned} \log b_1 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum \log y_i) / n}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \end{aligned}$$

$$\text{och } \log b_0 = \overline{\log y} - (\log b_1) \cdot \bar{x} \quad [\overline{\log y} = \frac{1}{n} \sum \log y_i]$$

*Kvadratsummor, variansskattning och test:*

$$SST = \sum (\log y_i - \overline{\log y})^2 = \sum (\log y_i)^2 - n \cdot (\overline{\log y})^2$$

$$\begin{aligned} SSE &= SST - (\log b_1) \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y}) = SST - (\log b_1) \cdot (\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}) = \\ &= \sum (\log y_i)^2 - (\log b_0) \cdot \sum \log y_i - (\log b_1) \cdot \sum x_i \cdot \log y_i \end{aligned}$$



$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av  $H_0 : \beta_1 = 1$  dvs inget samband mellan  $y$  och  $x \iff \log \beta_1 = 0$ :

$$\text{Testfunktion } t = \frac{\log b_1}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}}, \text{ jämför med } t_{[\alpha/2]}(n-2)$$

Elasticitetsmodeller:

Formler enligt AJÅ:

$x_1$ =Pris,  $x_2$ =Inkomst

Modeller:

$$\hat{y} = a \cdot x_1^e, \quad \hat{y} = a \cdot x_2^E, \quad \hat{y} = a \cdot x_1^e \cdot x_2^E$$

$e$  = priselasticitet,  $E$  = inkomstelasticitet

Anpassning av t.ex.  $\hat{y} = a \cdot x_1^e$ :

$$\lg \hat{y} = a' + e \cdot \lg x_1, \quad a' = \lg a$$

$$e = \frac{n \cdot \sum (\lg y) \cdot (\lg x_1) - (\sum \lg y) \cdot (\sum \lg x_1)}{n \cdot \sum (\lg x_1)^2 - (\sum \lg x_1)^2}$$

$$SST = \sum (\lg y - \overline{\lg y})^2 = \sum (\lg y)^2 - \frac{(\sum \lg y)^2}{n}$$

$$SSE = SST - e \cdot \sum (\lg x_1 - \overline{\lg x_1}) \cdot (\lg y - \overline{\lg y}) = \sum (\lg y)^2 - a' \cdot \sum \lg y - e \cdot \sum (\lg x_1) \cdot (\lg y)$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2} \quad [\overline{\lg x} = \frac{1}{n} \sum \lg x_i \text{ och } \overline{\lg y} = \frac{1}{n} \sum \lg y_i]$$

Test av  $H_0$ : priselasticiteten =  $B$  där  $B$  är ett ifrågasatt värde på priselasticiteten:

$$\text{Testfunktion } t = \frac{e - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (\lg x_1 - \overline{\lg x_1})^2}}}, \text{ jämför med } t_{[\alpha/2]}(n-2) \text{ och vid enkelsidig mothypotes med } t_{[\alpha]}^{(n-2)} \text{ eller}$$

$$-t_{[\alpha]}^{(n-2)}.$$

Formler enligt Mikroekonomin, Fö-anteckningar och datorövningar:

$$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot \delta, \quad Q = \alpha \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + \log \delta$$

$$\log Q = \log C + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

$$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

där  $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$$\text{Exempel på anpassad modell: } \widehat{Q} = c \cdot (P)^{\widehat{E}_P}, \text{ där } \widehat{E}_P = \frac{\sum (\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q})}{\sum (\log P_i - \overline{\log P})^2} =$$

$$= \frac{\sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}}{\sum (\log P_i)^2 - n \cdot (\overline{\log P})^2} \text{ och}$$

$$\log c = \overline{\log Q} - \widehat{E}_P \cdot \overline{\log P} \quad [\overline{\log P} = \frac{1}{n} \sum \log P_i \text{ och } \overline{\log Q} = \frac{1}{n} \sum \log Q_i]$$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$$SST = \sum (\log Q_i - \overline{\log Q})^2 = \sum (\log Q_i)^2 - n \cdot (\overline{\log Q})^2$$

$$SSE = SST - \widehat{E}_P \cdot \sum (\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q}) = SST - \widehat{E}_P \cdot [\sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}] =$$

$$= \sum (\log Q_i)^2 - (\log c) \cdot \sum \log Q_i - \widehat{E}_P \cdot \sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i)$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av  $H_0 : E_P = B$  där  $B$  är ett ifrågasatt värde på  $E_P$ :

Testfunktion  $t = \frac{\widehat{E}_P - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (\log P_i - \log \bar{P})^2}}}$ , jämför med  $t_{[\alpha/2]}(n-2)$  och vid enkelsidig mothypotes med  $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$  eller  $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ .

## Index

### Sammansatta fastbasindex:

$$I_t = i_{1,t} \cdot w_1 + i_{2,t} \cdot w_2 + \dots + i_{n,t} \cdot w_n$$

där  $n$  är antalet ingående varor/tjänster,  $i_{1,t}, \dots, i_{n,t}$  är enkla prisindex för ingående varor, alla med basår  $t_0$  och  $w_1, \dots, w_n$  väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t_0}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t_0}}$$

$$\text{Paasche: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t}}$$

### Kedjeprisindex:

$$I_t = L_{0,1} \cdot L_{1,2} \cdot \dots \cdot L_{t-1,t} \cdot 100$$

där

$$L_{t-1,t} = \sum_{i=1}^n \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot w_{i,t-1,t}$$

är årslänken från år  $t-1$  till  $t$  för  $n$  ingående varor/tjänster.  $w_{i,t-1,t}$  väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_{i,t-1,t}^L = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t-1}$$

$$\text{Paasche: } w_{i,t-1,t}^P = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t \text{ i priser för år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t \text{ i priser för år } t-1}$$

Med representantvaror byts "Försäljningsvärdet för vara  $i$ " mot "Försäljningsvärdet för varugrupp  $i$ " i vikterna.

### Implicitprisindex:

$$I_t = \frac{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i löpande priser}}{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i basårets priser}} \cdot 100$$

### Relativprisindex:

$$I_t^R = \frac{I_t^v}{I_t^0} \cdot 100$$

där  $I_t^v$  = Prisindex för aktuell vara/tjänst/grupp och  $I_t^0$  = Prisindex för den större jämförelsegruppen, t ex KPI.

## Tidsserieanalys

### Tidsserieregression:

Modell:

$$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$$

där

$$TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t \text{ eller } TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$$

och

$$SN_t = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{si} \cdot x_{si,t}$$

med

$L$  = Antal säsonger och  $x_{si,t} = 1$  om  $t$  tillhör säsong  $i$  och  $= 0$  annars.

*Durbin-Watson's test:*

Test av  $H_0$  : Residualerna är okorrelerade.

$$\text{Testfunktion } d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

där  $e_t = y_t - \hat{y}_t$ .

Jämförelser:

Om  $d < 1 \Rightarrow$  Förkasta  $H_0$ , positiv seriell korrelation

Om  $d > 3 \Rightarrow$  Förkasta  $H_0$ , positiv seriell korrelation

Om  $1 \leq d \leq 3 \Rightarrow H_0$  kan ej förkastas.

### Komponentuppdelning:

Modeller:

Multiplikativ modell:  $y_t = TR_t \cdot SN_t \cdot CL_t \cdot IR_t$

Additiv modell:  $y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$

### Enkel exponentiell utjämning:

Modell:  $y_t = \mu + \varepsilon_t$

Uppdateringsschema för skattning av  $\mu$ :  $S_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}$      $0 < \alpha < 1$

Prognos:  $\hat{y}_{t+\tau} = S_t$

Prognosintervall:  $S_t \pm z \cdot s \cdot \sqrt{1 + \alpha^2}$

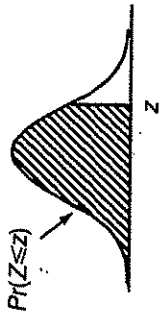
där  $z = 1.96$  för 95% intervall, 2.576 för 99% intervall och

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$



### Tabell 3a. Normalfördelningen

Om  $Z$  är en standardiserad normalfördelad variabel ger tabellen  $Pr(Z \leq z)$ .



$z$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

**Kommentar:**

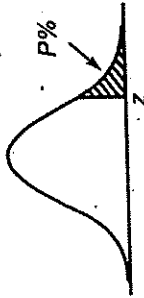
På grund av den standardiserade normalfördelningens symmetri kring punkten noll är sannolikheterna endast tabellerade för positiva  $z$ -värden.

$z$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990									
3,2	0,9993									
3,3	0,9995									
3,4	0,9997									
3,5	0,9998									
3,6	0,9998									
3,7	0,9999									

För större värden se tabell 3b.

### Tabell 3b. Normalfördelningen

Det mot en given sannolikhet svarande  $z$ -värdet.



$P\%$	$z$	$P\%$	$z$	$P\%$	$z$	$P\%$	$z$
50	0,0000	4,8	1,6646	2,4	1,9774	0,9	2,3656
45	0,1257	4,6	1,6849	2,3	1,9954	0,8	2,4089
40	0,2533	4,4	1,7060	2,2	2,0141	0,7	2,4573
35	0,3853	4,2	1,7279	2,1	2,0335	0,6	2,5121
30	0,5244	4,0	1,7507	2,0	2,0537	0,5	2,5758
25	0,6745	3,8	1,7744	1,9	2,0749	0,4	2,6521
20	0,8416	3,6	1,7991	1,8	2,0969	0,3	2,7478
15	1,0364	3,4	1,8250	1,7	2,1201	0,2	2,8782
12	1,1750	3,2	1,8522	1,6	2,1444	0,1	3,0902
10	1,2816	3,0	1,8808	1,5	2,1701	0,05	3,2905
9	1,3408	2,9	1,8957	1,4	2,1973	0,01	3,7190
8	1,4051	2,8	1,9110	1,3	2,2262	0,005	3,8906
7	1,4758	2,7	1,9268	1,2	2,2571	0,001	4,2649
6	1,5548	2,6	1,9431	1,1	2,2904	0,0005	4,4172
5	1,6449	2,5	1,9600	1,0	2,3263	0,00005	4,8916

## Tabeller över $t$ -, $F$ - och $\chi^2$ -fördelningarna

Tabell 1.  $t$ -koefficienter vid dubbelsidiga intervall

Fg	Konfidensnivå (%)						
	80	90	95	98	99	99.8	99.9
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.61
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.02
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.51	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78	3.44	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
$\infty$	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Utökad *t*-tabell för frihetsgrader 30-80

Fg	Konfidensnivå %				
	80	90	95	98	99
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
37	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712
39	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
41	1.303	1.683	2.020	2.421	2.701
42	1.302	1.682	2.018	2.418	2.698
43	1.302	1.681	2.017	2.416	2.695
44	1.301	1.680	2.015	2.414	2.692
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
46	1.300	1.679	2.013	2.410	2.687
47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
51	1.298	1.675	2.008	2.402	2.676
52	1.298	1.675	2.007	2.400	2.674
53	1.298	1.674	2.006	2.399	2.672
54	1.297	1.674	2.005	2.397	2.670
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
56	1.297	1.673	2.003	2.395	2.667
57	1.297	1.672	2.002	2.394	2.665
58	1.296	1.672	2.002	2.392	2.663
59	1.296	1.671	2.001	2.391	2.662
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
61	1.296	1.670	2.000	2.389	2.659
62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
66	1.295	1.668	1.997	2.384	2.652
67	1.294	1.668	1.996	2.383	2.651
68	1.294	1.668	1.995	2.382	2.650
69	1.294	1.667	1.995	2.382	2.649
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
71	1.294	1.667	1.994	2.380	2.647
72	1.293	1.666	1.993	2.379	2.646
73	1.293	1.666	1.993	2.379	2.645
74	1.293	1.666	1.993	2.378	2.644
75	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
76	1.293	1.665	1.992	2.376	2.642
77	1.293	1.665	1.991	2.376	2.641
78	1.292	1.665	1.991	2.375	2.640
79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639

Tabell 2.1. F-värden vid enkelsidigt test på 5%-nivån

$\frac{v_1}{v_2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	
1	161.	200.	216.	225.	230.	234.	237.	239.	241.	242.	243.	244.	245.	245.	246.	246.	247.	247.	248.	248.	249.	250.	251.	252.	252.	252.	253.	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70	8.69	8.68	8.67	8.66	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.84	5.83	5.82	5.81	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.67	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.60	4.59	4.58	4.57	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.92	3.91	3.90	3.88	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.72	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.49	3.48	3.47	3.46	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.20	3.19	3.17	3.16	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.83	2.81	2.80	2.78	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.70	2.69	2.67	2.66	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.47	2.46	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.60	2.58	2.57	2.56	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.36	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.51	2.50	2.48	2.47	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.27	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.44	2.43	2.41	2.40	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.20	2.19	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.38	2.37	2.35	2.34	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.33	2.32	2.30	2.29	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.08	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.26	2.24	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.03	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.99	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.21	2.20	2.18	2.17	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.92	1.91	1.84
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.73
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.99	1.98	1.96	1.95	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.58	1.54	1.52	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.50	1.48	1.39
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.32
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.68	1.63	1.57	1.52	1.48	1.45	1.41	1.39	1.28
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69	1.67	1.64	1.62	1.60	1.59	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.27	1.24	1.00



Tabell 2.2. F-värden vid enkelsidigt test på 1%-nivån

$\frac{v}{n}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	$\infty$
1	4050	5000	5400	5630	5760	5860	5930	5980	6020	6060	6080	6110	6130	6140	6160	6170	6180	6190	6200	6210	6230	6260	6290	6300	6310	6330	6330	6370
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.0	26.9	26.9	26.8	26.8	26.8	26.8	26.7	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.3	26.3	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4	14.3	14.2	14.2	14.2	14.1	14.1	14.0	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.68	9.64	9.61	9.58	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.16	9.13	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.52	7.48	7.45	7.42	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	7.01	6.99	6.88
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.27	6.24	6.21	6.18	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.78	5.75	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.48	5.44	5.41	5.38	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.99	4.96	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.00	4.96	4.92	4.89	4.86	4.83	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.44	4.42	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.52	4.49	4.46	4.43	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.04	4.01	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.21	4.18	4.15	4.12	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.73	3.71	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.97	3.94	3.91	3.88	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.49	3.47	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.78	3.75	3.72	3.69	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.30	3.27	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.62	3.59	3.56	3.53	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.14	3.11	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56	3.52	3.49	3.45	3.42	3.40	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	3.00	2.98	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45	3.41	3.37	3.34	3.31	3.28	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.89	2.86	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.27	3.24	3.21	3.18	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.79	2.76	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.19	3.16	3.13	3.10	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.70	2.68	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.63	2.60	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	3.05	3.02	2.99	2.96	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.56	2.54	2.42
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.36	2.33	2.21
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.66	2.63	2.60	2.57	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.16	2.13	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.48	2.45	2.42	2.39	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.97	1.94	1.80
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.79	2.70	2.63	2.56	2.51	2.46	2.42	2.38	2.35	2.32	2.29	2.27	2.18	2.10	2.01	1.95	1.91	1.86	1.82	1.68
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.78	1.75	1.60
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.31	2.27	2.23	2.20	2.17	2.14	2.12	2.03	1.94	1.85	1.79	1.75	1.69	1.66	1.49
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.26	2.22	2.19	2.15	2.12	2.09	2.07	1.98	1.89	1.80	1.73	1.69	1.63	1.60	1.43
$\infty$	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97	1.93	1.90	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.40	1.36	1.00



**732G71**                    **STATISTIK B**  
**PROVKOD**                **TENT**  
**SVARSBLANKETT**

AID: \_\_\_\_\_

Markera ditt svarsalternativ genom att ringa in det.

Endast ett svarsalternativ per deluppgift får markeras.

Kontrollera att du har markerat i alla deluppgifter du har besvarat!

Uppgift 2 (a) (i)      (ii)      (iii)      (iv)      (v)      (vi)

- (b) 1 Teststorhetens värde är 16.9. Testet är signifikant!  
2 Teststorhetens värde är 1.99. Testet är inte signifikant!  
3 Teststorhetens värde är 1.99. Testet är signifikant!  
4 Teststorhetens värde är 0.45. Testet är inte signifikant!  
5 Teststorhetens värde är 32.1. Testet är inte signifikant!  
6 Teststorhetens värde är 32.1. Testet är signifikant!

- (c) 1 (7, 24)  
2 (14, 17)  
3 (4, 27)  
4 (13, 18)  
5 (-10, 40)  
6 (6, 26)

- (d) 1 Apotek i shoppingcentrum: -0.0643; Apotek ej i shoppingcentrum: -0.3679  
2 Apotek i shoppingcentrum: -0.4322; Apotek ej i shoppingcentrum: 25.623  
3 Apotek i shoppingcentrum: -0.4322; Apotek ej i shoppingcentrum: -0.3679  
4 Apotek i shoppingcentrum: 4.5906; Apotek ej i shoppingcentrum: -0.0643  
5 Apotek i shoppingcentrum: -0.3679; Apotek ej i shoppingcentrum: -0.4322  
6 Apotek i shoppingcentrum: -0.3679; Apotek ej i shoppingcentrum: -0.3679

- (e) 1 Teststorhetens värde är  $-0.42$ . Linjerna sammanfaller!  
2 Teststorhetens värde är  $-0.42$ . Linjerna sammanfaller ej!  
3 Teststorhetens värde är  $9.95$ . Linjerna sammanfaller!  
4 Teststorhetens värde är  $-0.93$ . Linjerna sammanfaller ej!  
5 Teststorhetens värde är  $4.85$ . Linjerna sammanfaller!  
6 Teststorhetens värde är  $4.85$ . Linjerna sammanfaller ej!
- (f) (i)      (ii)      (iii)      (iv)      (v)      (vi)

*Uppgift 3*

1	100.0,	101.7,	102.7
2	100.0,	101.7,	104.4
3	100.0,	101.7,	100.9
4	95.7,	97.4,	100.0
5	100.0,	101.7,	102.8
6	98.6,	101.7,	102.7

*Uppgift 4*

1	0.0080%
2	-4.45%
3	1.27%
4	2.96%
5	1.03%
6	3.15%

*Uppgift 5*

(a)	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
(b)	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)