



EXP

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

(fylls i av ansvarig)

Datum för tentamen	<i>2009-03-14</i>
Sal	<i>TER1</i>
Tid	<i>8 – 12</i>
Kurskod	<i>732G71</i>
Provkod	<i>TENT</i>
Kursnamn/benämning	<i>Statistik B</i>
Institution	<i>IDA</i>
Antal uppgifter som ingår i tentamen	<i>5</i>
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	<i>13</i>
Jour/Kursansvarig	<i>Anders Nordgaard</i>
Telefon under skrivtid	<i>013-241840</i>
Besöker salen ca kl.	
Kursadministratör (namn + tfnr + mailadress)	<i>Elisabeth Qvarnström 013-281706, eliqv@ida.liu.se</i>
Tillåtna hjälpmedel	<i>Räknedosa, lexikon</i>
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	<i>Endast telefonjour</i>



STATISTIK B, 8 HP

TENTAMEN LÖRDAGEN DEN 14 MARS 2009
08.00-12.00

PROVKOD TENT

Hjälpmedel:
Jourhavande lärare:
Poänggränser m m:

Räknedosa. Lexikon
Anders Nordgaard
Skrivningen ger maximalt 15 skrivningspoäng. För betyget Godkänd krävs normalt 9 poäng. För betyget Väl Godkänd krävs normalt 12 poäng.
Formelsamling och tabeller följer efter uppgifterna, Svarsformulär till uppgifterna 2-5 finns i slutet.

Lycka till!

Obs! Till uppgift 1 skall fullständig lösning inlämnas. Till uppgifterna 2-5 lämnas endast svar på svarsblankett, som finns längst bak i detta formulär.

1. Följande data visar uppvärmningskostnad (y) under en månad och bostadsyta för 10 olika bostadshus:

Bostad	Uppvärmningskostnad i 1000-tals kronor (y)	Bostadsyta i m^2 (x)
1	1.9	140
2	2.5	210
3	2.0	130
4	2.2	150
5	1.6	90
6	1.8	100
7	2.3	120
8	2.1	180
9	2.2	90
10	2.0	150

Man vill försöka förklara uppvärmningskostnaden genom en enkel linjär regressionsmodell: $y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x + \varepsilon$, där feltermerna ε antas vara oberoende och $N(0, \sigma)$ -fördelade. Följande har beräknats:

$$\sum x = 1360, \sum x^2 = 198600, \sum y = 20.6, \sum y^2 = 43.04, \sum x \cdot y = 2857.$$

- a) Plotta uppvärmningskostnad mot bostadsyta för de 10 bostadshusen. Ange om du tycker det verkar finnas ett linjärt samband och motivera ditt svar. (1p)
- b) Beräkna skattningar av parametrarna β_0 och β_1 , dvs beräkna b_0 och b_1 . (1p)
- c) Visa med beräkningar att (den vanliga) skattningen av σ blir c:a 0.22. (1p)

v g v

- d) Undersök med ett lämpligt test eller konfidensintervall (5% nivå) om den teoretiska regressionslinjen går genom origo (punkten $(x = 0, y = 0)$). (1p)
- e) Beräkna ett 99% konfidensintervall för den genomsnittliga uppvärmningskostnaden hos bostadshus (i populationen) med bostadsyta 136 m². (1p)
- f) Beräkna en prognos och ett 99% prognosintervall för ett bostadshus med bostadsyta 136 m². (1.5p)
- g) Uppskatta på lämpligt sätt bostadsytan hos ett bostadshus med uppvärmningskostnad 1700 kronor. (0.5p)
2. Datamaterialet i uppgift 1 är en del av ett litet större material med 50 bostadshus. Följande är en lista över samtliga variabler i datamaterialet (notera att bostadsytan här betecknas x_1 och inte bara x som i uppgift 1)

uppv (y)	Uppvärmningskostnad (1000-tals kronor)
yta (x_1)	Bostadsyta (m ²)
alder (x_2)	Bostadshusets åldersfaktor (beräknas på byggnadsår och renoveringsår). Ju äldre hus/mindre renoverat hus desto högre värde
olja (x_3)	En variabel som är 1 om bostadshuset värms med oljepanna och 0 annars
urban (x_4)	“Urbaniseringsgrad” hos bostadshuset (0=Landsbygd, 1=Utkant av tätort, 2=I tätortens inre)
rum (x_5)	Antal rum i bostadshuset (källare undantagen)

Nedan visas ett utdrag ur datamaterialet för att illustrera vilka värden variablerna (ungefär antar)

uppv	yta	alder	olja	urban	rum
1.9	140	0.5	0	1	5
2.5	210	0.3	0	1	5
2.0	130	0.5	0	0	3
2.2	150	0.6	0	0	4
1.6	90	0.7	0	0	1
1.8	100	0.6	0	1	4
2.3	120	0.5	0	0	4
2.1	180	0.6	0	0	6
2.2	90	0.5	1	1	2
2.0	150	0.6	0	0	5
.
.
1.5	68	0.6	0	0	1

Från variabeln urban (x_4) konstrueras tre nya variabler:

- urban_0 (x_{41}) som är 1 om glesbygd och 0 annars
urban_1 (x_{42}) som är 1 om utkant av tätort och 0 annars
urban_2 (x_{43}) som är 1 om tätortens inre och 0 annars

v g v

Man prövar en regressionsmodell där variabeln uppv (y) förklaras av variablerna alder och olja samt variabeln alder*olja, som alltså är variablerna alder och olja multiplicerade med varandra:

$$y = \beta_0 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3 + \beta_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + \varepsilon$$

(notera att indexeringen på β -koefficienterna väljs utifrån variabelnamnet och inte i den ordning de förekommer i modellen). En censurerad utskrift från en analys med Minitab är följande:

Analys 1

Regression Analysis: uppv versus alder; olja; alder*olja

The regression equation is

$$\text{uppv} = 2.99 - 1.50 \text{ alder} - 0.251 \text{ olja} + 1.42 \text{ alder*olja}$$

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	2.9925	0.2513
alder	-1.4967	0.4869
olja	-0.2508	0.5025
alder*olja	1.4163	0.9597

Analysis of Variance

Source	DF	SS
Regression	3	3.1542
Residual Error	46	3.9130
Total	49	7.0672

Source	DF	Seq SS
alder	1	0.4790
olja	1	2.4899
alder*olja	1	0.1853

Predicted Values for New Observations

New Obs	Fit	SE Fit	95% CI	95% PI
1	2.6774	0.2438	(2.1867; 3.1680)	(1.9123; 3.4425)

Values of Predictors for New Observations

New Obs	alder	olja	alder*olja
1	0.800	1.00	0.800

v g v

- a) Vilket av följande påståenden stämmer inte om analysen?
- (i) Uppvärmningskostnaden minskar med i genomsnitt 1500 kronor när variabeln alder ökar med en enhet.
 - (ii) Oljeuppvärmda hus med ålderfaktor 0.8 har med 95% säkerhet en genomsnittlig uppvärmningskostnad som är högre än 2000 kronor.
 - (iii) Uppvärmningskostnaden för ett oljeuppvärmt bostadshus som inte finns med i datamaterialet och som har ålderfaktor 0.8 ligger med hög säkerhet mellan 1900 och 3500 kronor.
 - (iv) Modellens förklaringsgrad är c:a 45%.
 - (v) Modellens justerade förklaringsgrad är c:a 41%.
 - (vi) Skattad standardavvikelse är c:a 0.292.
- (0.5p)
- b) Avgör med ett lämpligt test på 5% nivå om oljeuppvärmda hus och icke oljeuppvärmda hus har samma linjära regressions samband mellan variablerna uppv (y) och alder (x_2), dvs. att regressionslinjerna sammanfaller. Svara med teststorhetens värde och om testet är signifikant eller ej. (1p)
- c) Avgör med ett lämpligt test på 5% nivå om det finns signifikant samspel mellan variablerna alder och olja. Svara med teststorhetens värde och om testet är signifikant eller ej. (0.5p)
- d) Beräkna ett 99% prognosintervall för uppvärmningskostnaden hos ett oljeuppvärmt hus med ålderfaktor 0.8. (1p)

Man gör vidare följande analys med Minitab:

Analys 2

Regression Analysis: uppv versus yta; alder; olja; urban_1; urban_2

The regression equation is

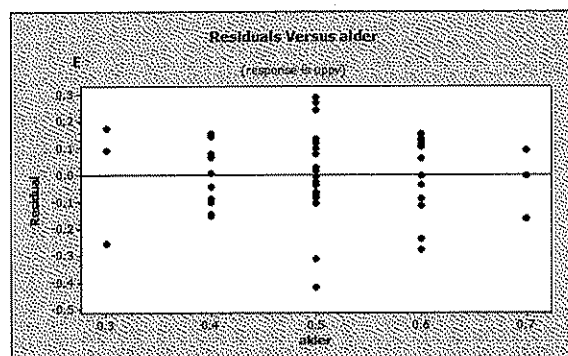
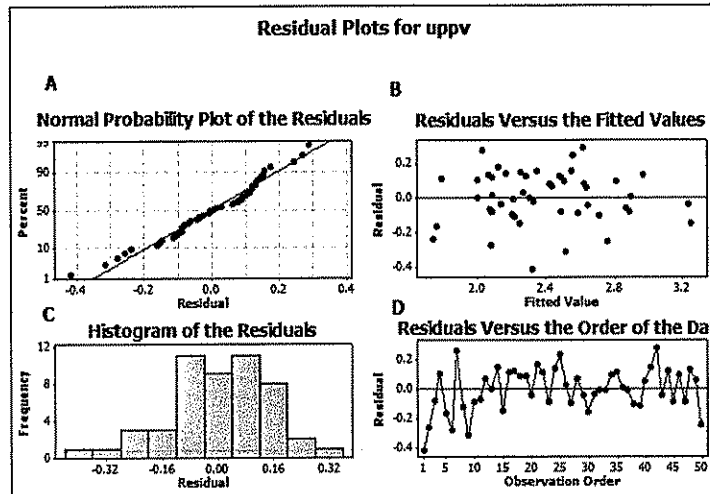
$$\text{uppv} = 2.64 + 0.00425 \text{ yta} - 0.697 \text{ alder} + 0.408 \text{ olja} - 0.771 \text{ urban}_1 - 0.567 \text{ urban}_2$$

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	2.6386	0.1739
yta	0.0042520	0.0006483
alder	-0.6969	0.2422
olja	0.40798	0.05000
urban_1	-0.77100	0.07495
urban_2	-0.56684	0.07203

Analysis of Variance

Source	DF	SS
Regression	5	5.9545
Residual Error	44	1.1127
Total	49	7.0672

v g v



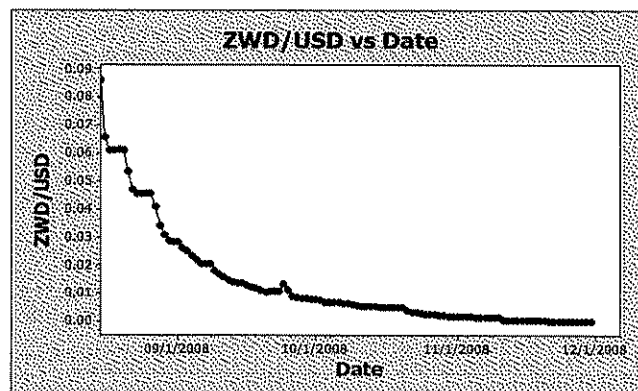
- e) Residualdiagrammen ovan har betecknats A, B, C, D och E. Vilket/vilka av diagrammen skall användas för att bedöma om variansen hos variabeln upp (y) är konstant? (0.5p)
- f) Vilken/vilka av förklaringsvariablerna i modellen är signifikanta (dvs. vilka lutningsparametrar är signifikant skilda från 0) på 1% nivå? (1p)

v g v

- g) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om regressionsanalys i allmänhet?
- (i) Multikolinjäritet är ett stort problem när prognoser skall beräknas.
 - (ii) När en modell skall väljas är det bättre att den justerade förklaringsgraden blir så stor som möjligt än att skattad standardavvikelse blir så liten som möjligt.
 - (iii) Ett beräknat VIF-värde tar hänsyn till mer än bara parvisa korrelationer mellan förklaringsvariablerna.
 - (iv) Om responsvariabeln (y) logaritmeras erhålls alltid bättre förklaringsgrad.
 - (v) Om ett F -test visar på 5% signifikansnivå att minst en av förklaringsvariablerna i en analyserad modell skall vara med, så kommer också minst ett av t -testen för förklaringsvariablerna att bli signifikant på 5% nivå.
 - (vi) Stegvis regression enligt bakåtelimineringens principen kan inte användas om antalet förklaringsvariabler är fler än 10.

(0.5p)

3. Ett tjänsteföretag redovisar följande prisindex för tre år i rad: 113, 115 och 116. Konsumentprisindex för de tre åren har varit 279, 280 resp. 284. Beräkna ett relativprisindex för företagets priser under de tre åren med KPI som deflator och med det första året vara basår. (1p)
4. Zimbabwe är ett land med galopperande inflation. Nedan visas ett diagram över den dagliga växelkursen Zimbabwe dollar (ZWD) / USA dollar (USD) från 15 augusti till 30 november 2008.



Man tror att ett exponentiellt avtagande samband råder mellan växelkurs och tid, här mätt i dagar, och gör därför följande analys med Minitab av data:

v g v

Regression Analysis: log(ZWD/USD) versus t

The regression equation is

$$\log(\text{ZWD/USD}) = -0.840 - 0.0297 t$$

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	-0.84022	0.07085
t	-0.029735	0.001128

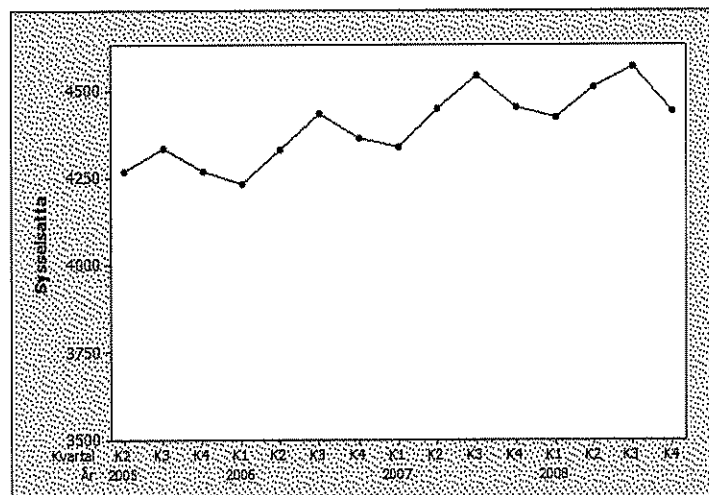
S = 0.365581 R-Sq = 86.8% R-Sq(adj) = 86.6%

Analysis of Variance

Source	DF	SS
Regression	1	92.808
Residual Error	106	14.167
Total	107	106.975

I utskriften betyder "log" 10-logaritmen. Använd analysen för att beräkna ett 95% konfidensintervall för den takt i % som valutakursen sjunker i genomsnitt med per dag under den studerade perioden. Eftersom datamaterialet är så pass stort kan normalfördelning användas istället för t -fördelning. (1p)

5. I figuren nedan visas kvartalsvis sysselsatta personer (1000-tals) i åldrarna 16-64 år i Sverige under perioden kvartal 2, 2005 till kvartal 4, 2008.

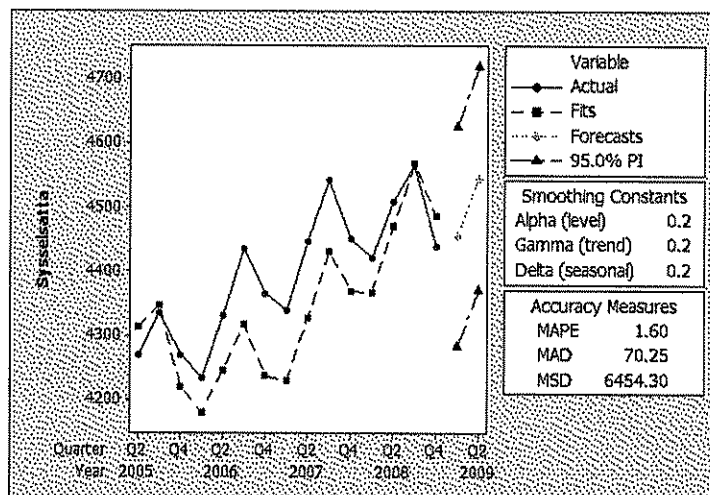


v g v

- a) Vilket av följande påståenden stämmer bäst för tidsserien i figur 1?
- Tidsserien visar inte på någon trend.
 - Säsongvariation i tidsserien kan inte finnas.
 - En komponentuppdelningsmodell för tidsserien kan lämpligen vara additiv.
 - Prognoser för värden 2009 bör göras med enkel exponentiell utjämning.
 - De svängningar man ser i tidsserien beror på konjunkturvariation.
 - Används tidsserieregression för att analysera tidsserien så skall fyra säsongdummies ingå.

(0.5p)

Figuren nedan är från en analys med Minitab av tidsserien.



- b) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om analysen?
- Analysen har gjorts med Winters' metod.
 - Analysen har gjorts med dubbel exponentiell utjämning.
 - Analysen har gjorts med en autoregressiv (AR) modell.
 - Analysen har gjorts med tidsserieregression.
 - Måttet MAD i figuren visar på en dålig modell då det helst skall vara högre än MSD.
 - Måttet MAPE i figuren visar på en dålig modell då det helst skall vara högre än MAD.

(0.5p)

Formelsamling

Enkel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i$$

där $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad regressionslinje:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x$$

där

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{aligned}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$$

Kvadratsummor:

$$\text{Total: } SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 - b_1 \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum y_i^2 - b_0 \cdot \sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i \cdot y_i$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

Förenklingsformler:

Se ovan för $\sum (y_i - \bar{y})^2$ och samma kan användas på $\sum (x_i - \bar{x})^2$

$$\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} = \sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}$$

Variansskattning

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2}$$

$$s = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

Förklaringsgrad:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Korrelationskoefficient:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{r^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}) \cdot (\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{(n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}} \end{aligned}$$

Konfidensintervall, prognosintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 \sim N\left(\beta_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \sim N\left(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Konfidensintervall för β_1 :

$$b_1 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för β_0 :

$$b_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för $\mu_{y_0|x_0} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0$:

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Prognosintervall för $y_0 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0 + \varepsilon_0$:

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_0 = 0$:

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{b_0}{s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = 0$:

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{b_1}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = B$ (där B är något annat än 0):

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1 - B}{s_{b_1}} = \frac{b_1 - B}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Vid enkelsidiga mothypoteser jämförs t med $t_{[\alpha]}(n-2)$ (eller med $-t_{[\alpha]}(n-2)$ beroende på mothypotesens riktning).

Formellt F-test av $H_0 : \beta_1 = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-2)}$$

Jämför med $F_{[\alpha]}(1, n-2)$

Multipel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

där $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad modell:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k$$

Kvadratsummor:

$$SST = SSE + SSR$$

$$\text{Total: } SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

SSE har $n - k - 1$ frihetsgrader, SSR har k frihetsgrader.

Variansskattning:

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = MSE = \frac{SSE}{n - k - 1}$$

Förklaringsgrad:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Justerad förklaringsgrad:

$$R_{adj}^2 = \bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n - k - 1)}{SST/(n - 1)}$$

Konfidensintervall och hypotesprövning

Stickprov fördelningar:

$$b_j \sim N(\beta_j, \sigma_{b_j})$$

Formellt F -test av $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n - k - 1)}$$

Jämför med $F_{[\alpha]}(k, n - k - 1)$

Konfidensintervall för β_j :

$$b_j \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s_{b_j}$$

där s_{b_j} hämtas från datorutskrift.

Formellt t -test av $H_0 : \beta_j = 0$:

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_j}{s_{b_j}}$$

Jämför med $t_{[\alpha/2]}(n - k - 1)$

Konfidensintervall för $\mu_{y_0|x_{01}, \dots, x_{0k}}$:

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s \sqrt{\text{Distance value}}$$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s \cdot \sqrt{\text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Prognosintervall för y_0 :

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s \sqrt{1 + \text{Distance value}}$$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s \cdot \sqrt{1 + \text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Partiellt F -test av $H_0 : \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{(SSE_R - SSE_C)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)} = \frac{(SSR_C - SSR_R)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)}$$

där SSE_R = Residualkvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen och SSE_C = Residualkvadratsumman i den större (kompletta) modellen.

Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

Variance Inflation Factor (VIF):

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

där R_j^2 = Förklaringsgraden i modell där x_j är y -variabel och övriga x -variabler är förklaringsvariabler.

Sekventiella kvadratsummor:

$$SSR = SSR(x_1) + SSR(x_2|x_1) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})$$

där $SSR(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})$ är tillskottet till SSR då variabel x_j läggs till en modell med variablerna x_1, x_2, \dots, x_{j-1} .

Ett partiellt F -test av $H_0 : \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$ kan då göras med testfunktionen

$$F = \frac{(SSR(x_{g+1}|x_1, \dots, x_g) + SSR(x_{g+2}|x_1, \dots, x_{g+1}) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})))/(k-g)}{MSE}, \quad \text{Jämför med } F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$$

förutsatt att variablerna matas in i ordningen x_1, x_2, \dots, x_k i modellen.

Exponentiella samband och elasticitetsmodeller:

Exponentiell modell: $y = \beta_0 \cdot (\beta_1)^x \cdot \delta$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$$\log y = \log \beta_0 + (\log \beta_1) \cdot x + \log \delta$$

Anpassad modell: $\hat{y} = b_0 \cdot (b_1)^x$

där

$$\begin{aligned} \log b_1 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum \log y_i) / n}{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n} \end{aligned}$$

$$\text{och } \log b_0 = \overline{\log y} - (\log b_1) \cdot \bar{x}$$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$$SST = \sum (\log y_i - \overline{\log y})^2 = \sum (\log y_i)^2 - n \cdot (\overline{\log y})^2$$

$$SSE = SST - (\log b_1) \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y}) = SST - (\log b_1) \cdot (\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}) = \sum (\log y_i)^2 - (\log b_0) \cdot \sum \log y_i - (\log b_1) \cdot \sum x_i \cdot \log y_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av $H_0 : \beta_1 = 1$ dvs inget samband mellan y och $x \iff \log \beta_1 = 0$:

$$\text{Testfunktion } t = \frac{\log b_1}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}}, \text{ jämför med } t_{[\alpha/2]}(n-2)$$

Elasticitetsmodeller:

Formler enligt AJÅ:

x_1 =Pris, x_2 =Inkomst

Modeller:

$$\hat{y} = a \cdot x_1^e, \quad \hat{y} = a \cdot x_2^E, \quad \hat{y} = a \cdot x_1^e \cdot x_2^E$$

e = priselasticitet, E = inkomstelasticitet

Anpassning av t.ex. $\hat{y} = a \cdot x_1^e$:

$$\lg \hat{y} = a' + e \cdot \lg x_1, \quad a' = \lg a$$

$$e = \frac{n \cdot \sum(\lg y) \cdot (\lg x_1) - (\sum \lg y) \cdot (\sum \lg x_1)}{n \cdot \sum(\lg x_1)^2 - (\sum \lg x_1)^2}$$

$$SST = \sum(\lg y - \overline{\lg y})^2 = \sum(\lg y)^2 - \frac{(\sum \lg y)^2}{n}$$

$$SSE = SST - e \cdot \sum(\lg x_1 - \overline{\lg x_1}) \cdot (\lg y - \overline{\lg y}) = \sum(\lg y)^2 - a' \cdot \sum \lg y - e \cdot \sum(\lg x_1) \cdot (\lg y)$$

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av H_0 : priselasticiteten = B där B är ett ifrågasatt värde på priselasticiteten:

Testfunktion $t = \frac{e - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(\lg x_1 - \overline{\lg x_1})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller

$$-t_{[\alpha]}^{(n-2)}.$$

Formler enligt Mikroekonomin, Fö-anteckningar och datorövningar:

$$Q = A \cdot (P)^{E_P} \cdot \delta, \quad Q = \alpha \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$Q = A \cdot (P)^{E_P} \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$\log Q = \log A + E_P \cdot \log P + \log \delta$$

$$\log Q = \log A + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

$$\log Q = \log A + E_P \cdot \log P + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

Exempel på anpassad modell: $\hat{Q} = a \cdot (P)^{\widehat{E}_P}$, där $\widehat{E}_P = \frac{\sum(\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q})}{\sum(\log P_i - \overline{\log P})^2} =$

$$= \frac{\sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}}{\sum(\log P_i)^2 - n \cdot (\overline{\log P})^2} \text{ och}$$

$$\log a = \overline{\log Q} - \widehat{E}_P \cdot \overline{\log P} \quad [\overline{\log P} = \frac{1}{n} \sum \log P_i \text{ och } \overline{\log Q} = \frac{1}{n} \sum \log Q_i]$$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$$SST = \sum(\log Q_i - \overline{\log Q})^2 = \sum(\log Q_i)^2 - n \cdot (\overline{\log Q})^2$$

$$SSE = SST - \widehat{E}_P \cdot \sum(\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q}) = SST - \widehat{E}_P \cdot [\sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}] = \\ = \sum(\log Q_i)^2 - (\log a) \cdot \sum \log Q_i - \widehat{E}_P \cdot \sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i)$$

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av H_0 : $E_P = B$ där B är ett ifrågasatt värde på E_P :

Testfunktion $t = \frac{\widehat{E}_P - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(\log P_i - \overline{\log P})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller

$$-t_{[\alpha]}^{(n-2)}.$$

Index

Sammansatta fastbasindex:

$$I_t = i_{1,t} \cdot w_1 + i_{2,t} \cdot w_2 + \dots + i_{n,t} \cdot w_n$$

där n är antalet ingående varor/tjänster, $i_{1,t}, \dots, i_{n,t}$ är enkla prisindex för ingående varor, alla med basår t_0 och w_1, \dots, w_n väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t_0}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t_0}}$$

$$\text{Paasche: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t}}$$

Kedjeprisindex:

$$I_t = L_{0,1} \cdot L_{1,2} \cdot \dots \cdot L_{t-1,t} \cdot 100$$

där

$$L_{t-1,t} = \sum_{i=1}^n \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot w_{i,t-1,t}$$

är årslänken från år $t-1$ till t för n ingående varor/tjänster. $w_{i,t-1,t}$ väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_{i,t-1,t}^L = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t-1}$$

$$\text{Paasche: } w_{i,t-1,t}^P = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t \text{ i priser för år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t \text{ i priser för år } t-1}$$

Med representantvaror byts "Försäljningsvärdet för vara i " mot "Försäljningsvärdet för varugrupp i " i vikterna.

Implicitprisindex:

$$I_t = \frac{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i löpande priser}}{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i basårets priser}} \cdot 100$$

Relativprisindex:

$$I_t^R = \frac{I_t^p}{I_t^0} \cdot 100$$

där I_t^p = Prisindex för aktuell vara/tjänst/grupp och I_t^0 = Prisindex för den större jämförelsegruppen, t ex KPI.

Tidsserieanalys

Tidsserieregression:

Modell:

$$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$$

där

$$TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t \text{ eller } TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$$

och

$$SN_t = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{si} \cdot x_{si,t}$$

med

L = Antal säsonger och $x_{si,t} = 1$ om t tillhör säsong i och $= 0$ annars.

Durbin-Watson's test:

Test av H_0 : Residualerna är okorrelerade.

$$\text{Testfunktion } d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

där $e_t = y_t - \hat{y}_t$.

Jämförelser:

Om $d < 1 \Rightarrow$ Förkasta H_0 , positiv seriell korrelation

Om $d > 3 \Rightarrow$ Förkasta H_0 , positiv seriell korrelation

Om $1 \leq d \leq 3 \Rightarrow H_0$ kan ej förkastas.

Komponentuppdelning:

Modeller:

Multiplikativ modell: $y_t = TR_t \cdot SN_t \cdot CL_t \cdot IR_t$

Additiv modell: $y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$

Enkel exponentiell utjämning:

Modell: $y_t = \beta_0 + \varepsilon_t$

Uppdateringsschema för skattning av β_0 : $\ell_T = \alpha \cdot y_T + (1 - \alpha) \cdot \ell_{T-1}$ $0 < \alpha < 1$

Prognos: $\hat{y}_{T+\tau}(T) = \ell_T$

Prognosintervall: $\ell_t \pm z \cdot s \cdot \sqrt{1 + \alpha^2}$

där $z = 1.96$ för 95% intervall, 2.576 för 99% intervall och

$$s = \sqrt{\frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}$$

(

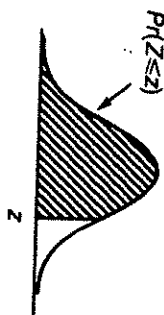
(

(

(

Tabell 3a. Normalfördelningen

Om Z är en standardiserad normalfördelad variabel ger tabellen $P(Z \leq z)$.



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

Kommentar:

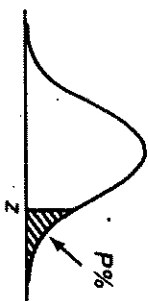
På grund av den standardiserade normalfördelningens symmetri kring punkten noll är sannolikheterna endast tabellerade för positiva z -värden.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990
3,1	0,9990									
3,2	0,9993									
3,3	0,9995									
3,4	0,9997									
3,5	0,9998									
3,6	0,9998									
3,7	0,9999									

För större värden se tabell 3b.

Tabell 3b. Normalfördelningen

Det mot en given sannolikhet svarande z -värdet.



$P\%$	z	$P\%$	z	$P\%$	z	$P\%$	z
50	0,0000	4,8	1,6646	2,4	1,9774	0,9	2,3656
45	0,1257	4,6	1,6849	2,3	1,9954	0,8	2,4089
40	0,2533	4,4	1,7060	2,2	2,0141	0,7	2,4573
35	0,3853	4,2	1,7279	2,1	2,0335	0,6	2,5121
30	0,5244	4,0	1,7507	2,0	2,0537	0,5	2,5758
25	0,6745	3,8	1,7744	1,9	2,0749	0,4	2,6521
20	0,8416	3,6	1,7991	1,8	2,0969	0,3	2,7478
15	1,0364	3,4	1,8250	1,7	2,1201	0,2	2,8782
12	1,1750	3,2	1,8522	1,6	2,1444	0,1	3,0902
10	1,2816	3,0	1,8808	1,5	2,1701	0,05	3,2905
9	1,3408	2,9	1,8957	1,4	2,1973	0,01	3,7190
8	1,4051	2,8	1,9110	1,3	2,2262	0,005	3,8906
7	1,4758	2,7	1,9268	1,2	2,2571	0,001	4,2649
6	1,5548	2,6	1,9431	1,1	2,2904	0,0005	4,4172
5	1,6449	2,5	1,9600	1,0	2,3263	0,00005	4,8916

Tabeller över t -, F - och χ^2 -fördelningarna

Tabell 1. t -koefficienter vid dubbelsidiga intervall

Fg	Konfidensnivå (%)						
	80	90	95	98	99	99.8	99.9
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.61
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.02
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.51	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78	3.44	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Utökad *t*-tabell för frihetsgrader 30-80

Fg	Konfidensnivå %				
	80	90	95	98	99
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
37	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712
39	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
41	1.303	1.683	2.020	2.421	2.701
42	1.302	1.682	2.018	2.418	2.698
43	1.302	1.681	2.017	2.416	2.695
44	1.301	1.680	2.015	2.414	2.692
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
46	1.300	1.679	2.013	2.410	2.687
47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
51	1.298	1.675	2.008	2.402	2.676
52	1.298	1.675	2.007	2.400	2.674
53	1.298	1.674	2.006	2.399	2.672
54	1.297	1.674	2.005	2.397	2.670
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
56	1.297	1.673	2.003	2.395	2.667
57	1.297	1.672	2.002	2.394	2.665
58	1.296	1.672	2.002	2.392	2.663
59	1.296	1.671	2.001	2.391	2.662
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
61	1.296	1.670	2.000	2.389	2.659
62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
66	1.295	1.668	1.997	2.384	2.652
67	1.294	1.668	1.996	2.383	2.651
68	1.294	1.668	1.995	2.382	2.650
69	1.294	1.667	1.995	2.382	2.649
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
71	1.294	1.667	1.994	2.380	2.647
72	1.293	1.666	1.993	2.379	2.646
73	1.293	1.666	1.993	2.379	2.645
74	1.293	1.666	1.993	2.378	2.644
75	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
76	1.293	1.665	1.992	2.376	2.642
77	1.293	1.665	1.991	2.376	2.641
78	1.292	1.665	1.991	2.375	2.640
79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639

Tabell 2.1. F-värden vid enkelsidigt test på 5%-nivån

F	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	
1	161.	200.	216.	225.	230.	234.	237.	239.	241.	242.	243.	244.	245.	245.	246.	246.	247.	247.	248.	248.	249.	250.	251.	252.	252.	253.	254	
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70	8.69	8.69	8.67	8.67	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.84	5.83	5.82	5.81	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.67	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.60	4.59	4.58	4.57	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.92	3.91	3.90	3.89	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.72	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.49	3.48	3.47	3.46	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.20	3.19	3.17	3.16	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.72
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.83	2.81	2.80	2.78	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.70	2.69	2.67	2.66	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.47	2.46	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.60	2.58	2.57	2.56	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.36	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.51	2.50	2.48	2.47	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.27	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.55	2.51	2.48	2.44	2.43	2.41	2.40	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.20	2.19	2.13	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.38	2.37	2.35	2.34	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.14	2.13	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.33	2.32	2.30	2.29	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.08	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.26	2.24	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.03	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.99	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.21	2.20	2.18	2.17	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.92	1.91	1.84
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.73
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.99	1.98	1.96	1.95	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.19	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.85	1.84	1.81	1.80	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.58	1.54	1.52	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.50	1.48	1.39	
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.32
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.71	1.69	1.68	1.63	1.57	1.52	1.46	1.45	1.41	1.39	1.28	
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69	1.67	1.64	1.62	1.60	1.59	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.27	1.24	1.00

© Forfattarna och Studentlitteratur

Tabeller

Tabell 2.2. F-värden vid enkelsidigt test på 1%-nivån

n	F																																																																																																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100																																																																									
1	4050	5000	5400	5630	5760	5860	5930	5980	6030	6060	6080	6110	6130	6140	6160	6170	6180	6190	6200	6210	6230	6260	6290	6300	6310	6330	6330	6370																																																																								
2	98.5	99.0	99.2	99.3	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5																																																																								
3	94.1	90.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.0	26.9	26.9	26.8	26.8	26.8	26.7	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.4	26.3	26.3	26.2	26.1																																																																								
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.3	14.2	14.2	14.2	14.1	14.1	14.0	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5																																																																									
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.68	9.64	9.61	9.58	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.16	9.13	9.02																																																																								
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.52	7.48	7.45	7.42	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	7.01	6.99	6.88																																																																								
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.27	6.24	6.21	6.18	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.78	5.75	5.65																																																																								
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.48	5.44	5.41	5.38	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.99	4.96	4.86																																																																								
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.00	4.96	4.92	4.89	4.86	4.83	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.44	4.42	4.31																																																																								
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.52	4.49	4.46	4.43	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.04	4.01	3.91																																																																								
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.21	4.18	4.15	4.12	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.73	3.71	3.60																																																																								
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.97	3.94	3.91	3.88	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.49	3.47	3.36																																																																								
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.78	3.75	3.72	3.69	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.30	3.27	3.17																																																																								
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.62	3.59	3.56	3.53	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.14	3.11	3.00																																																																								
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56	3.52	3.49	3.45	3.42	3.40	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	3.00	2.98	2.87																																																																								
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.56	3.50	3.45	3.41	3.37	3.34	3.31	3.28	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.89	2.86	2.75																																																																								
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.27	3.24	3.21	3.18	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.79	2.76	2.65																																																																								
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.19	3.16	3.13	3.10	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.70	2.68	2.57																																																																								
19	8.18	5.83	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.63	2.60	2.49																																																																								
20	8.10	5.86	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	3.06	3.02	2.99	2.96	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.56	2.54	2.42																																																																								
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.36	2.33	2.21																																																																								
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.66	2.63	2.60	2.57	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.16	2.13	2.01																																																																								
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.48	2.45	2.42	2.39	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.97	1.94	1.80																																																																								
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.79	2.70	2.63	2.56	2.51	2.46	2.42	2.38	2.35	2.32	2.29	2.27	2.18	2.10	2.01	1.95	1.91	1.86	1.82	1.68																																																																								
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.78	1.75	1.60																																																																								
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.31	2.27	2.23	2.20	2.17	2.14	2.12	2.03	1.94	1.85	1.79	1.75	1.69	1.66	1.49																																																																								
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.26	2.22	2.19	2.15	2.12	2.09	2.07	1.98	1.89	1.80	1.73	1.69	1.63	1.60	1.43																																																																								
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97	1.93	1.90	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.40	1.36	1.00																																																																								



732G71 STATISTIK B
PROVKOD TENT
SVARSBLANKETT

AID: _____

Markera ditt svarsalternativ genom att ringa in det.
Endast ett svarsalternativ per deluppgift får markeras.

Kontrollera att du har markerat i alla deluppgifter du har besvarat!

- Uppgift 2* (a) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)
- (b) 1 Teststorhetens värde är 1.48. Testet är inte signifikant!
 2 Teststorhetens värde är 12.4. Testet är signifikant!
 3 Teststorhetens värde är -0.50 . Testet är inte signifikant!
 4 Teststorhetens värde är 15.7. Testet är signifikant!
 5 Teststorhetens värde är 2.18. Testet är inte signifikant!
 6 Teststorhetens värde är 0.81. Testet är inte signifikant!
- (c) 1 Teststorhetens värde är 1.48. Testet är signifikant!
 2 Teststorhetens värde är 1.48. Testet är inte signifikant!
 3 Teststorhetens värde är 3.07. Testet är inte signifikant!
 4 Teststorhetens värde är -3.07 . Testet är signifikant!
 5 Teststorhetens värde är 2.14. Testet är signifikant!
 6 Teststorhetens värde är 0.81. Testet är inte signifikant!
- (d) 1 (1.59, 3.76)
 2 (1.91, 3.44)
 3 (2.02, 3.33)
 4 (1.80, 3.55)
 5 ((1.75, 3.65)
 6 (1.66, 3.70)

- (e) 1 A och E
 2 B och E
 3 B och D
 4 B, D och E
 5 B
 6 D
- (f) 1 yta och alder
 2 yta, alder och urban_1
 3 alder, olja och urban_1
 4 yta, olja, urban_1 och urban_2
 5 yta, alder, olja och urban_2
 6 alla variabler
- (g) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

Uppgift 3 1 100.0, 98.6, 99.1
 2 100.0, 101.7, 102.7
 3 100.0, 101.4, 100.8
 4 113.0, 114.6, 114.0
 5 40.5, 41.1, 40.8

Uppgift 4 1 (6.37%, 6.87%)
 2 (2.86%, 3.09%)
 3 (2.75%, 3.19%)
 4 (6.14%, 7.08%)
 5 (92.92%, 93.86%)

Uppgift 5 (a) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)
 (b) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)