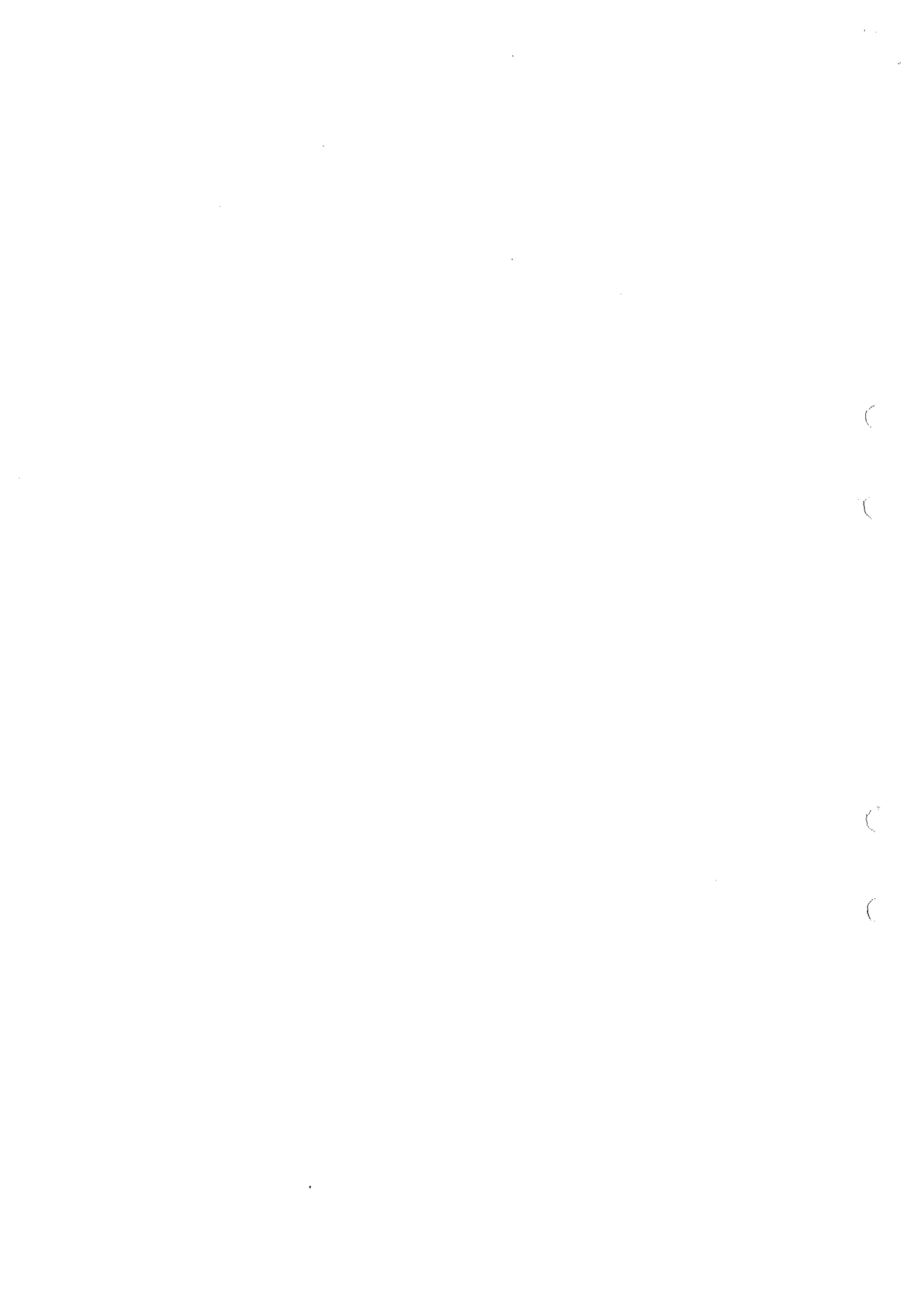




# Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

(fylls i av ansvarig)

<b>Datum för tentamen</b>	<i>2009-01-31</i>
<b>Sal</b>	<i>TER1</i>
<b>Tid</b>	<i>8-12</i>
<b>Kurskod</b>	<i>732G71</i>
<b>Provkod</b>	<i>TENT</i>
<b>Kursnamn/benämning</b>	<i>Statistik B</i>
<b>Institution</b>	<i>IDA</i>
<b>Antal uppgifter som ingår i tentamen</b>	<i>5</i>
<b>Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)</b>	<i>14</i>
<b>Jour/Kursansvarig</b>	<i>Anders Nordgaard</i>
<b>Telefon under skrivtid</b>	<i>0709-782514</i>
<b>Besöker salen ca kl.</b>	<i>09.30</i>
<b>Kursadministratör (namn + tfnr + mailadress)</b>	<i>Elisabeth Qvarnström 013-281706, eliqv@ida.liu.se</i>
<b>Tillåtna hjälpmedel</b>	<i>Räknedosa (valfri), Lexikon</i>
<b>Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)</b>	



## STATISTIK B, 8 HP

TENTAMEN LÖRDAGEN DEN 31 JANUARI 2009  
08.00-12.00

PROVKOD TENT

Hjälpmedel:  
Jourhavande lärare:  
Poänggränser m m:

Räknedosa. Lexikon  
Anders Nordgaard  
Skrivningen ger maximalt 15 skrivningspoäng. För betyget Godkänd krävs normalt 9 poäng. För betyget Väl Godkänd krävs normalt 12 poäng.  
Formelsamling och tabeller följer efter uppgifterna, Svarsformulär till uppgifterna 2-5 finns i slutet.

*Lycka till!*

Obs! Till uppgift 1 skall fullständig lösning inlämnas. Till uppgifterna 2-5 lämnas endast svar på svarsblankett, som finns längst bak i detta formulär.

1. Nedanstående tabell visar FoU-intäkterna för de tio största lärosätena i Sverige år 2005 och år 2007 (Källa: SCB). Enheten är miljarder kronor uttryckta i 2007 års prisnivå.

Lärosäte	FoU-intäkt 2005(x)	FoU-intäkt 2007(y)
Lunds universitet	2.930	3.000
Karolinska institutet	2.840	2.990
Uppsala universitet	2.480	2.570
Göteborgs universitet	2.220	2.270
Stockholms universitet	1.510	1.620
Sveriges lantbruksuniversitet	1.540	1.580
Kungliga tekniska högskolan	1.510	1.550
Umeå universitet	1.460	1.480
Chalmers tekniska högskola	1.210	1.240
Linköpings universitet	1.100	1.100

Vi vill undersöka om det finns ett generellt linjärt samband mellan FoU-intäkten 2007 ( $y$ ) och FoU-intäkten 2005 ( $x$ ). En enkel linjär regressionsmodell skall därför anpassas enligt  $y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x + \varepsilon$ . För detta har följande beräknats:

$$\sum x = 18.8, \quad \sum y = 19.4, \quad \sum x^2 = 39.4668, \quad \sum y^2 = 42.1592, \\ \sum x \cdot y = 40.7857$$

- a) Beräkna skattningar av parametrarna  $\beta_0$  och  $\beta_1$ , dvs beräkna  $b_0$  och  $b_1$ . (1p)
- b) Avgör med hjälp av ett 95%-igt konfidensintervall om signifikant regression föreligger. Glöm inte slutsatsen. (1.5p)
- c) Beräkna och tolka värdet hos förklaringsgraden hos den skattade modellen (1p)
- d) Vad blir de förväntade FoU-intäkterna ( $\mu_y|x$ ) 2007 för ett lärosäte som år 2005 har FoU-intäkterna 1500 miljoner kronor? Beräkna också ett 99% konfidensintervall för dessa förväntade intäkter. (1.5p)
- e) Vad blir den förväntade *förändringen* (i %) i FoU-intäkter mellan 2005 och 2007 för ett lärosäte som år 2005 har FoU-intäkterna 1500 miljoner kronor? Beräkna också ett 99% konfidensintervall för denna förväntade förändring. (1p).

2. Vi skall i denna uppgift använda ett datamaterial omfattande 50 företag. I detta material finns ett antal variabler som var och en ges en kortfattad förklaring nedan:

sales ( $y$ )	Försäljningsökning sedan föregående år
adv ( $x_1$ )	Faktiska reklamkostnader innevarande år
empl ( $x_2$ )	Antalet anställda som arbetar minst 50% med reklam
TV ( $x_3$ )	En variabel som är 1 om företaget använder TV-reklam och 0 annars
area ( $x_4$ )	Bransch för företaget (0=Dagligvarubranschen, 1=IT-branschen, 2=Nöjesbranschen)
exp ( $x_5$ )	Antal år som företaget funnits

Nedan visas ett utdrag ur datamaterialet för att illustrera vilka värden variablerna (ungefär antar)

företag	sales	adv	empl	TV	area	exp
1	524	198	11	1	1	9
2	522	203	17	0	0	4
3	517	190	11	1	1	6
4	679	186	13	1	0	3
5	496	210	15	1	1	8
6	553	192	16	1	1	9
7	532	205	15	0	0	5
8	331	181	20	0	1	11
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
50	735	199	11	1	0	2

Från variabeln area ( $x_4$ ) konstrueras tre nya variabler:

- area\_0 som är 1 om branschen är dagligvaru och 0 annars
- area\_1 som är 1 om branschen är IT och 0 annars
- area\_2 som är 1 om branschen är nöje och 0 annars

v g v

a) Vilket av följande påståenden är korrekt?

- (i) Den optimala multipla regressionsmodellen är alltid den som innehåller alla tillgängliga förklaringsvariabler, dvs. variablerna  $x_1$  t.o.m.  $x_5$  ovan.
- (ii) För att undersöka ev. samspel (interaktion) i effekt på försäljningsökningen mellan det antal år som företaget funnits och vilken bransch företaget tillhör skall variabeln  $x_4 \cdot x_5$  bildas och användas i en regressionsmodell.
- (iii) Det går inte att använda variablerna area\_0, area\_1 och area\_2 samtidigt i en regressionsmodell.
- (iv) Förklaringsgraden i en regressionsmodell påverkas bara av de förklaringsvariabler som mäts på intervallskala, dvs. som  $x_1$ ,  $x_2$  och  $x_5$  ovan.
- (v) Korrelationskoefficienten mellan två s.k. dummy-variabler blir alltid 0 eller 1.

(0.5p)

Man prövar en regressionsmodell där variabeln sales förklaras av variablerna adv och exp, samt de konstruerade variablerna adv\_sq som är  $(adv)^2$ , exp\_sq som är  $(exp)^2$  och adv\*exp som är produkten av adv och exp. Modellen blir

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_5 \cdot x_5 + \beta_{11} \cdot x_1^2 + \beta_{55} \cdot x_5^2 + \beta_{15} \cdot x_1 \cdot x_5 + \varepsilon$$

där förstas  $x_1 = adv$  och  $x_5 = exp$ . En censurerad utskrift från en analys med Minitab är följande:

## Analys 1

Regression Analysis: sales versus adv; exp; exp\_sq; adv\_sq; adv\*exp

The regression equation is

sales = 2446 - 16.49 adv - 57.38 exp + 2.81 exp\_sq + 0.04113 adv\_sq + 0.0068 adv\*exp

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	2446	1150
adv	-16.49	12.12
exp	-57.38	84.18
exp_sq	2.810	2.136
adv_sq	0.04113	0.03297
adv*exp	0.0068	0.3826

Analysis of Variance

Source	DF	SS
Regression	5	249612
Residual Error	44	443244
Total	49	692856

v g v

- b) Avgör med ett lämpligt test på 5% nivå om minst en av de fem förklaringsvariablerna skall vara med. Svara med teststorhetens värde och om testet är signifikant eller ej. (1p)
- c) Beräkna den anpassade modellens justerade förklaringsgrad ( $R_{adj}^2$ ) och skattade standardavvikelse ( $s$ ). (1p)
- d) Genomför lämpliga test, vardera på 5% nivå av hypoteserna  $H_{01} : \beta_1 = 0$  och  $H_{02} : \beta_5 = 0$  där mothypoteserna i bägge fallen är " $\neq 0$ ". Svara med teststorheterna och huruvida respektive test är signifikant eller ej. (1p)
- e) Utgående från den skattade modellen, vad blir den genomsnittliga förändringen av sales om reklamkostnaderna (adv) skulle öka från 200 till 201 enheter (dvs. med en enhet) i ett företag som funnits fem år branschen? (0.5p)

Man gör vidare följande analys med Minitab:

## Analys 2

Regression Analysis: sales versus adv; exp; adv\*exp

The regression equation is

sales = 909 - 0.89 adv - 31.3 exp + 0.036 adv\*exp

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	909.1	412.4
adv	-0.887	2.100
exp	-31.28	69.93
adv*exp	0.0363	0.3570

Analysis of Variance

Source	DF	SS
Regression	3	217328
Residual Error	46	475528
Total	49	692856

- f) Avgör med ett lämpligt test på 1% nivå om modellen i **Analys 1** är bättre än modellen i **Analys 2**, dvs. om minst en av variablerna adv\_sq och exp\_sq bör finnas med. Svara med teststorhetens värde och om testet är signifikant eller ej. (0.5p)

v g v

Ytterligare en analys görs med följande utskrift

### Analys 3

Stepwise Regression: sales versus adv; empl; ...

Forward selection. Alpha-to-Enter: 0.05

Response is sales on 11 predictors, with N = 50

Step	1	2	3	4	5
Constant	485.7	623.3	643.0	715.1	566.8
TV	158	164	152	138	150
T-Value	5.24	7.72	9.66	10.12	12.91
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
exp		-25.0	-20.0	-19.5	-19.3
T-Value		-7.10	-7.35	-8.55	-10.17
P-Value		0.000	0.000	0.000	0.000
area_1			-95	-160	-159
T-Value			-6.37	-8.34	-9.97
P-Value			0.000	0.000	0.000
area_0				-83	-82
T-Value				-4.48	-5.29
P-Value				0.000	0.000
empl					8.8
T-Value					4.61
P-Value					0.000
S	95.8	67.3	49.6	41.7	34.6
R-Sq	36.36	69.28	83.67	88.72	92.39
R-Sq(adj)	35.03	67.97	82.61	87.71	91.52

More? (Yes, No, Subcommand, or Help)

SUBC> Yes

No variables entered or removed

g) Vilken av variablerna TV, exp, area\_0, area\_1 och empl har högst korrelation med sales? (0.5p)

v g v

h) Vilket av följande påståenden stämmer om analysen?

- (i) Analysen är en stegvis regression enligt bakåtelimeringsprincipen.
- (ii) Om variabeln area\_2 läggs till modellen där sales förklaras av TV, exp, area\_0, area\_1 och empl, så blir förklaringsgraden 100%.
- (iii) Bland de förklaringsvariabler som använts för att söka efter den bästa modellen i analysen, kan ingen ytterligare signifikant variabel läggas till modellen där sales förklaras av TV, exp, area\_0, area\_1 och empl.
- (iv) Modellen där sales förklaras av TV, exp, area\_0, area\_1 och empl är slutlig modell därför att den har högst förklaringsgrad,
- (v) Modellen där sales förklaras av TV, exp, area\_0, area\_1 och empl är slutlig modell därför att den har högst justerad förklaringsgrad,

(0.5p)

3. Antag att ett företag tillhandahåller två tjänster, som faktureras på timbasis. År 2006 fakturerade man för den ena tjänsten 900 kronor per timme och för den andra tjänsten 1200 kronor per timme. Timkostnaderna har sedan för de bägge tjänsterna ökat med 10% per år. Fördelningen mellan försäljningsvärden för de två tjänsterna har för de senaste tre åren varit 50%/50%, 60%/40% resp. 75%/25%. Beräkna ett kedjeindex av Laspeyre-typ för företagets timkostnader med basår 2006. Ange indexvärdena för åren 2006, 2007 och 2008. (1p)

4. Ett detaljistföretag har under en längre tid studerat försäljningsutvecklingen i en av sina varugrupper och noterat hur efterfrågad volym har påverkats av prisförändringarna. Genom att beräkna relativprisindex (med KPI som deflator) för företagets priser har följande Minitab-analys gjorts av data under åren 2002-2007 (logaritmer i analysen är 10-logaritmer):

Regression Analysis: log(Volym) versus log(RPI)

The regression equation is

$$\log(\text{Volym}) = 4.75 - 1.15 \log(\text{RPI})$$

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	4.7489	0.2123
log(RPI)	-1.1513	0.1061

Analysis of Variance

Source	DF	SS
Regression	1	0.00093838
Residual Error	14	0.00011153
Total	15	0.00104991

v g v



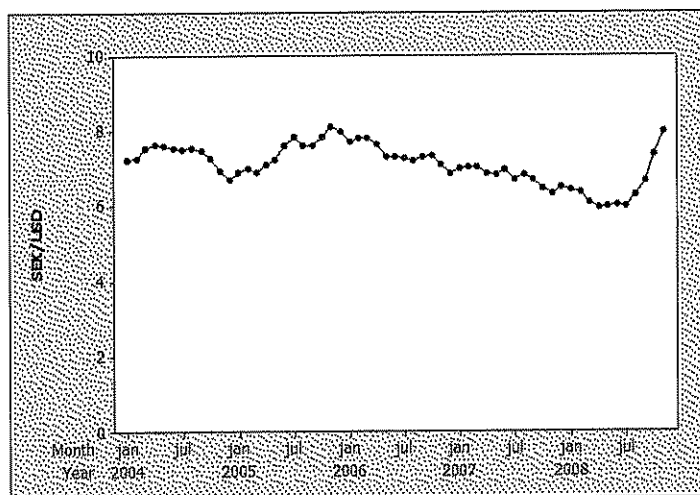
a) Vilken av följande tolkningar av den anpassade modellen är korrekt?

- (i) Efterfrågad volym varierar i huvudsak runt 47500 enheter.
- (ii) Efterfrågad volym minskar i genomsnitt med c:a 1.15 enheter då relativprisindex ökar med 1 enhet.
- (iii) Efterfrågad volym minskar i genomsnitt med c:a 1.15% då relativprisindex minskar med 1%.
- (iv) Logaritmerad efterfrågad volym ökar i genomsnitt med c:a 1.15 enheter då relativprisindex ökar med 1%.
- (v) Efterfrågad volym minskar i genomsnitt med c:a 1.15% då relativprisindex ökar med 1%.
- (vi) Logaritmerad efterfrågad volym minskar i genomsnitt med c:a 1.15% då logaritmerad relativprisindex ökar med 1%

(0.5p)

b) Uttryck den anpassade modellen i originalskala och avgör med ett test på 1% nivå om varupgruppen är priskänslig (dvs mer än enhetselastisk). Svara med teststorhetens värde och om varupgruppen är priskänslig eller ej. (1p)

5. I figur 1 nedan visas månadsmedelvärden av växelkursen mellan svensk krona (SEK) och amerikansk dollar (USD) från januari 2004 till november 2008.



Figur 1: Månadsmedelvärden för växelkurs SEK/USD jan 2004 - nov 2008

v g v

- a) Vilket av följande påståenden stämmer bäst för tidsserien i figur 1?
- (i) Tidsserien visar en tydlig uppåtgående trend.
  - (ii) Säsongsvariation i tidsserien kan inte finnas.
  - (iii) Tidsserien är ett typiskt exempel på utveckling med exponentiellt ökande trend.
  - (iv) Tidsserien uppvisar cyklisk variation.
  - (v) Tidsserien kan endast prognosticeras med hjälp av tidsserieregression eftersom den cykliska komponenten inte kan skattas.
  - (vi) Prognoser med enkel exponentiell utjämning för tidpunkterna januari, februari och mars 2009, med utgångspunkt från detta datamaterial att bli successivt avtagande.

(0.5p)

I Minitabutskriften nedan redovisas en komponentuppdelning av tidsserien.

Time Series Decomposition for SEK/USD

Data SEK/USD  
Length 59  
NMissing 0

Fitted Trend Equation

$Y_t = 7.68623 - 0.0196776 * t$

SeasonalIndices

Period	Index
1	0.99724
2	1.00826
3	0.99044
4	0.98521
5	0.98040
6	1.02485
7	1.00770
8	1.01237
9	1.00828
10	1.00910
11	0.98645
12	0.98971

v g v

- b) Vilket av följande påståenden stämmer bäst om analysen?
- (i) Analysen har gjorts med Winters' multiplikativa metod.
  - (ii) Analysen har gjorts med additiva komponenter.
  - (iii) För april månad uppskattas nivån hos växelkursen ligga c:a 1.5% under trendnivån.
  - (iv) För oktober månad uppskattas nivån hos växelkursen ligga c:a 0.9 öre över trendnivån.
  - (v) En prognos för december 2008 blir SEK 6.5056.
  - (vi) En prognos för december 2008 blir SEK 7.4953.

(0.5p)

(

(

(

(

## Formelsamling

### Enkel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i$$

där  $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$ .

Anpassad regressionslinje:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x$$

där

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} =$$
$$= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$$

Kvadratsummor:

$$\text{Total: } SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 - b_1 \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum y_i^2 - b_0 \cdot \sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i \cdot y_i$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

Förenklingsformler:

Se ovan för  $\sum (y_i - \bar{y})^2$  och samma kan användas på  $\sum (x_i - \bar{x})^2$

$$\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} = \sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}$$

Variansskattning

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2}$$

$$s = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

Förklaringsgrad:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Korrelationskoefficient:

$$r = \sqrt{r^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}} =$$
$$= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}) \cdot (\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{(n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}}$$

Konfidensintervall, prognosintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 \sim N\left(\beta_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \sim N\left(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Konfidensintervall för  $\beta_1$ :

$$b_1 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för  $\beta_0$ :

$$b_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left( \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för  $\mu_{y_0|x_0} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0$ :

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left( \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Prognosintervall för  $y_0 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0 + \varepsilon_0$ :

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Formellt  $t$ -test av  $H_0 : \beta_0 = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{b_0}{s \cdot \sqrt{\left( \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)}} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med  $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt  $t$ -test av  $H_0 : \beta_1 = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{b_1}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med  $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt  $t$ -test av  $H_0 : \beta_1 = B$  (där  $B$  är något annat än 0):

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1 - B}{s_{b_1}} = \frac{b_1 - B}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left( \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med  $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Vid enkelsidiga mothypoteser jämförs  $t$  med  $t_{[\alpha]}(n-2)$  (eller med  $-t_{[\alpha]}(n-2)$  beroende på mothypotesens riktning).

Formellt  $F$ -test av  $H_0 : \beta_1 = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-2)}$$

Jämför med  $F_{[\alpha]}(1, n-2)$

## Multipel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

där  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$ .

Anpassad modell:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k$$

Kvadratsummor:

$$SST = SSE + SSR$$

$$\text{Total: } SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

$SSE$  har  $n - k - 1$  frihetsgrader,  $SSR$  har  $k$  frihetsgrader.

Variansskattning:

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = MSE = \frac{SSE}{n - k - 1}$$

Förklaringsgrad:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Justerad förklaringsgrad:

$$R_{adj}^2 = \bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n - k - 1)}{SST/(n - 1)}$$

Konfidensintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_j \sim N(\beta_j, \sigma_{b_j})$$

Formellt  $F$ -test av  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n - k - 1)}$$

Jämför med  $F_{[\alpha]}(k, n - k - 1)$

Konfidensintervall för  $\beta_j$ :

$$b_j \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s_{b_j}$$

där  $s_{b_j}$  hämtas från datorutskrift.

Formellt  $t$ -test av  $H_0 : \beta_j = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_j}{s_{b_j}}$$

Jämför med  $t_{[\alpha/2]}(n - k - 1)$

Konfidensintervall för  $\mu_{y_0|x_{01}, \dots, x_{0k}}$ :

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s \sqrt{\text{Distance value}}$$

där  $s = \sqrt{MSE}$  och "Distance value" (eller  $s \cdot \sqrt{\text{Distance value}}$ ) bestäms från datorutskrift.

Prognosintervall för  $y_0$ :

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s \sqrt{1 + \text{Distance value}}$$

där  $s = \sqrt{MSE}$  och "Distance value" (eller  $s \cdot \sqrt{1 + \text{Distance value}}$ ) bestäms från datorutskrift.

Partiellt  $F$ -test av  $H_0 : \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$ :

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{(SSE_R - SSE_C)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)} = \frac{(SSR_C - SSR_R)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)}$$

där  $SSE_R$  = Residualkvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen och  $SSE_C$  = Residualkvadratsumman i den större (kompletta) modellen.

Jämför med  $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$ .

Variance Inflation Factor (VIF):

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

där  $R_j^2$  = Förklaringsgraden i modell där  $x_j$  är  $y$ -variabel och övriga  $x$ -variabler är förklaringsvariabler.

Sekventiella kvadratsummor:

$$SSR = SSR(x_1) + SSR(x_2|x_1) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})$$

där  $SSR(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})$  är tillskottet till  $SSR$  då variabel  $x_j$  läggs till en modell med variablerna  $x_1, x_2, \dots, x_{j-1}$ .

Ett partiellt  $F$ -test av  $H_0 : \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$  kan då göras med testfunktionen

$$F = \frac{(SSR(x_{g+1}|x_1, \dots, x_g) + SSR(x_{g+2}|x_1, \dots, x_{g+1}) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})) / (k-g)}{MSE}, \quad \text{Jämför med } F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$$

förutsatt att variablerna matas in i ordningen  $x_1, x_2, \dots, x_k$  i modellen.

## Exponentiella samband och elasticitetsmodeller:

*Exponentiell modell:*  $y = \beta_0 \cdot (\beta_1)^x \cdot \delta$

där  $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$$\log y = \log \beta_0 + (\log \beta_1) \cdot x + \log \delta$$

*Anpassad modell:*  $\hat{y} = b_0 \cdot (b_1)^x$

där

$$\begin{aligned} \log b_1 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum \log y_i) / n}{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n} \end{aligned}$$

$$\text{och } \log b_0 = \overline{\log y} - (\log b_1) \cdot \bar{x}$$

*Kvadratsummor, variansskattning och test:*

$$SST = \sum (\log y_i - \overline{\log y})^2 = \sum (\log y_i)^2 - n \cdot (\overline{\log y})^2$$

$$SSE = SST - (\log b_1) \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y}) = SST - (\log b_1) \cdot (\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}) = \sum (\log y_i)^2 - (\log b_0) \cdot \sum \log y_i - (\log b_1) \cdot \sum x_i \cdot \log y_i$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av  $H_0 : \beta_1 = 1$  dvs inget samband mellan  $y$  och  $x \iff \log \beta_1 = 0$ :

$$\text{Testfunktion } t = \frac{\log b_1}{\sqrt{\frac{SSE}{(n-2)} \cdot \frac{1}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}}, \text{ jämför med } t_{[\alpha/2]}(n-2)$$



Elasticitetsmodeller:

Formler enligt AJÅ:

$x_1$ =Pris,  $x_2$ =Inkomst

Modeller:

$$\hat{y} = a \cdot x_1^e, \quad \hat{y} = a \cdot x_2^E, \quad \hat{y} = a \cdot x_1^e \cdot x_2^E$$

$e$  = priselastisitet,  $E$  = inkomstelastisitet

Anpassning av t.ex.  $\hat{y} = a \cdot x_1^e$ :

$$\lg \hat{y} = a' + e \cdot \lg x_1, \quad a' = \lg a$$

$$e = \frac{n \cdot \sum (\lg y) \cdot (\lg x_1) - (\sum \lg y) \cdot (\sum \lg x_1)}{n \cdot \sum (\lg x_1)^2 - (\sum \lg x_1)^2}$$

$$SST = \sum (\lg y - \overline{\lg y})^2 = \sum (\lg y)^2 - \frac{(\sum \lg y)^2}{n}$$

$$SSE = SST - e \cdot \sum (\lg x_1 - \overline{\lg x_1}) \cdot (\lg y - \overline{\lg y}) = \sum (\lg y)^2 - a' \cdot \sum \lg y - e \cdot \sum (\lg x_1) \cdot (\lg y)$$

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av  $H_0$ : priselastisiteten =  $B$  där  $B$  är ett ifrågasatt värde på priselastisiteten:

Testfunktion  $t = \frac{e - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (\lg x_1 - \overline{\lg x_1})^2}}}$ , jämför med  $t_{[\alpha/2]}(n-2)$  och vid enkelsidig mothypotes med  $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$  eller  $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ .

Formler enligt Mikroekonomin, Fö-anteckningar och datorövningar:

$$Q = A \cdot (P)^{E_P} \cdot \delta, \quad Q = \alpha \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$Q = A \cdot (P)^{E_P} \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$\log Q = \log A + E_P \cdot \log P + \log \delta$$

$$\log Q = \log A + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

$$\log Q = \log A + E_P \cdot \log P + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

där  $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$$\text{Exempel på anpassad modell: } \widehat{Q} = a \cdot (P)^{\widehat{E}_P}, \quad \text{där } \widehat{E}_P = \frac{\sum (\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q})}{\sum (\log P_i - \overline{\log P})^2} =$$

$$= \frac{\sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}}{\sum (\log P_i)^2 - n \cdot (\overline{\log P})^2} \text{ och}$$

$$\log a = \overline{\log Q} - \widehat{E}_P \cdot \overline{\log P} \quad [\overline{\log P} = \frac{1}{n} \sum \log P_i \text{ och } \overline{\log Q} = \frac{1}{n} \sum \log Q_i]$$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$$SST = \sum (\log Q_i - \overline{\log Q})^2 = \sum (\log Q_i)^2 - n \cdot (\overline{\log Q})^2$$

$$SSE = SST - \widehat{E}_P \cdot \sum (\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q}) = SST - \widehat{E}_P \cdot [\sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}] =$$

$$= \sum (\log Q_i)^2 - (\log a) \cdot \sum \log Q_i - \widehat{E}_P \cdot \sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i)$$

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av  $H_0$ :  $E_P = B$  där  $B$  är ett ifrågasatt värde på  $E_P$ :

Testfunktion  $t = \frac{\widehat{E}_P - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (\log P_i - \overline{\log P})^2}}}$ , jämför med  $t_{[\alpha/2]}(n-2)$  och vid enkelsidig mothypotes med  $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$  eller  $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ .

## Index

### Sammanstatta fastbasindex:

$$I_t = i_{1,t} \cdot w_1 + i_{2,t} \cdot w_2 + \dots + i_{n,t} \cdot w_n$$

där  $n$  är antalet ingående varor/tjänster,  $i_{1,t}, \dots, i_{n,t}$  är enkla prisindex för ingående varor, alla med basår  $t_0$  och  $w_1, \dots, w_n$  väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t_0}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t_0}}$$

$$\text{Paasche: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t}}$$

### Kedjeprisindex:

$$I_t = L_{0,1} \cdot L_{1,2} \cdot \dots \cdot L_{t-1,t} \cdot 100$$

där

$$L_{t-1,t} = \sum_{i=1}^n \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot w_{i,t-1,t}$$

är årslänken från år  $t-1$  till  $t$  för  $n$  ingående varor/tjänster.  $w_{i,t-1,t}$  väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_{i,t-1,t}^L = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t-1}$$

$$\text{Paasche: } w_{i,t-1,t}^P = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t \text{ i priser för år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t \text{ i priser för år } t-1}$$

Med representantvaror byts "Försäljningsvärdet för vara  $i$ " mot "Försäljningsvärdet för varugrupp  $i$ " i vikterna.

### Implicitprisindex:

$$I_t = \frac{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i löpande priser}}{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i basårets priser}} \cdot 100$$

### Relativprisindex:

$$I_t^R = \frac{I_t^v}{I_t^0} \cdot 100$$

där  $I_t^v$  = Prisindex för aktuell vara/tjänst/grupp och  $I_t^0$  = Prisindex för den större jämförelsegruppen, t ex KPI.

## Tidsserieanalys

### Tidsserieregression:

Modell:

$$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$$

där

$$TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t \text{ eller } TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$$

och

$$SN_t = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{si} \cdot x_{si,t}$$

med

$L$  = Antal säsonger och  $x_{si,t} = 1$  om  $t$  tillhör säsong  $i$  och  $= 0$  annars.

*Durbin-Watson's test:*

Test av  $H_0$  : Residualerna är okorrelerade.

$$\text{Testfunktion } d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

där  $e_t = y_t - \hat{y}_t$ .

Jämförelser:

Om  $d < 1 \Rightarrow$  Förekasta  $H_0$ , positiv seriell korrelation

Om  $d > 3 \Rightarrow$  Förekasta  $H_0$ , positiv seriell korrelation

Om  $1 \leq d \leq 3 \Rightarrow H_0$  kan ej förkastas.

Komponentuppdelning:

*Modeller:*

Multiplikativ modell:  $y_t = TR_t \cdot SN_t \cdot CL_t \cdot IR_t$

Additiv modell:  $y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$

Enkel exponentiell utjämning:

*Modell:*  $y_t = \beta_0 + \varepsilon_t$

Uppdateringsschema för skattning av  $\beta_0$ :  $l_T = \alpha \cdot y_T + (1 - \alpha) \cdot l_{T-1}$       $0 < \alpha < 1$

Prognos:  $\hat{y}_{T+\tau}(T) = l_T$

Prognosintervall:  $l_t \pm z \cdot s \cdot \sqrt{1 + \alpha^2}$

där  $z = 1.96$  för 95% intervall, 2.576 för 99% intervall och

$$s = \sqrt{\frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}$$

(

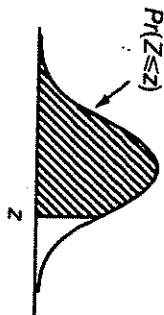
(

(

(

## Tabell 3a. Normalfördelningen

Om  $Z$  är en standardiserad normalfördelad variabel ger tabellen  $Pr(Z \leq z)$ .



$z$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

### Kommentar:

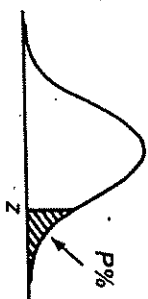
På grund av den standardiserade normalfördelningens symmetri kring punkten noll är sannolikheterna endast tabellerade för positiva  $z$ -värden.

$z$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990									
3,2	0,9993									
3,3	0,9995									
3,4	0,9997									
3,5	0,9998									
3,6	0,9998									
3,7	0,9999									

För större värden se tabell 3b.

## Tabell 3b. Normalfördelningen

Det mot en given sannolikhet svarande  $z$ -värdet.



$P\%$	$z$	$P\%$	$z$	$P\%$	$z$	$P\%$	$z$
50	0,0000	4,8	1,6646	2,4	1,9774	0,9	2,3656
45	0,1257	4,6	1,6849	2,3	1,9954	0,8	2,4089
40	0,2533	4,4	1,7060	2,2	2,0141	0,7	2,4573
35	0,3853	4,2	1,7279	2,1	2,0335	0,6	2,5121
30	0,5244	4,0	1,7507	2,0	2,0537	0,5	2,5758
25	0,6745	3,8	1,7744	1,9	2,0749	0,4	2,6521
20	0,8416	3,6	1,7991	1,8	2,0969	0,3	2,7478
15	1,0364	3,4	1,8250	1,7	2,1201	0,2	2,8782
12	1,1750	3,2	1,8522	1,6	2,1444	0,1	3,0902
10	1,2816	3,0	1,8808	1,5	2,1701	0,05	3,2905
9	1,3408	2,9	1,8957	1,4	2,1973	0,01	3,7190
8	1,4051	2,8	1,9110	1,3	2,2262	0,005	3,8906
7	1,4758	2,7	1,9268	1,2	2,2571	0,001	4,2649
6	1,5548	2,6	1,9431	1,1	2,2904	0,0005	4,4172
5	1,6446	2,5	1,9600	1,0	2,3263	0,00005	4,8916

# Tabeller över $t$ -, $F$ - och $\chi^2$ -fördelningarna

Tabell 1.  $t$ -koefficienter vid dubbelsidiga intervall

Fg	Konfidensnivå (%)						
	80	90	95	98	99	99.8	99.9
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.61
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.02
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.51	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78	3.44	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
$\infty$	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Utökad *t*-tabell för frihetsgrader 30-80

Fg	Konfidsnivå %				
	80	90	95	98	99
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
37	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712
39	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
41	1.303	1.683	2.020	2.421	2.701
42	1.302	1.682	2.018	2.418	2.698
43	1.302	1.681	2.017	2.416	2.695
44	1.301	1.680	2.015	2.414	2.692
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
46	1.300	1.679	2.013	2.410	2.687
47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
51	1.298	1.675	2.008	2.402	2.676
52	1.298	1.675	2.007	2.400	2.674
53	1.298	1.674	2.006	2.399	2.672
54	1.297	1.674	2.005	2.397	2.670
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
56	1.297	1.673	2.003	2.395	2.667
57	1.297	1.672	2.002	2.394	2.665
58	1.296	1.672	2.002	2.392	2.663
59	1.296	1.671	2.001	2.391	2.662
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
61	1.296	1.670	2.000	2.389	2.659
62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
66	1.295	1.668	1.997	2.384	2.652
67	1.294	1.668	1.996	2.383	2.651
68	1.294	1.668	1.995	2.382	2.650
69	1.294	1.667	1.995	2.382	2.649
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
71	1.294	1.667	1.994	2.380	2.647
72	1.293	1.666	1.993	2.379	2.646
73	1.293	1.666	1.993	2.379	2.645
74	1.293	1.666	1.993	2.378	2.644
75	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
76	1.293	1.665	1.992	2.376	2.642
77	1.293	1.665	1.991	2.376	2.641
78	1.292	1.665	1.991	2.375	2.640
79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639

Tabell 2.1. *F*-värdet vid enkelsidigt test på 5%-nivån

$\frac{v_1}{v_2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	$\infty$
1	161.	200.	216.	225.	230.	234.	237.	239.	241.	242.	243.	244.	245.	245.	246.	246.	247.	247.	248.	248.	249.	250.	251.	252.	252.	252.	253.	254
2	18.5	19.0	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.78	8.74	8.73	8.71	8.70	8.69	8.68	8.67	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.53	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.84	5.83	5.82	5.81	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.67	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.60	4.59	4.58	4.57	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.92	3.91	3.90	3.88	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.72	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.49	3.48	3.47	3.46	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.20	3.19	3.17	3.16	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.83	2.81	2.80	2.78	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.70	2.69	2.67	2.66	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.47	2.46	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.60	2.58	2.57	2.56	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.36	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.51	2.50	2.48	2.47	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.27	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.44	2.43	2.41	2.40	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.20	2.19	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.38	2.37	2.35	2.34	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.33	2.32	2.30	2.29	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.08	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.26	2.24	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.03	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.99	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.21	2.20	2.18	2.17	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.92	1.91	1.84
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.73
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.99	1.98	1.96	1.95	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.63
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.58	1.54	1.52	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.50	1.48	1.39
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.32
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.68	1.63	1.57	1.52	1.48	1.45	1.41	1.39	1.28
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69	1.67	1.64	1.62	1.60	1.59	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.27	1.24	1.00



Tabell 2.2. *F*-värden vid enkelsidigt test på 1%-nivån

$\frac{n}{2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	$\infty$
1	4050	5000	5400	5630	5760	5860	5930	5980	6020	6060	6100	6130	6140	6160	6170	6180	6190	6200	6210	6230	6260	6290	6300	6310	6330	6330	6370	6370
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1	27.0	26.9	26.8	26.8	26.8	26.8	26.7	26.7	26.6	26.6	26.5	26.4	26.3	26.3	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4	14.3	14.2	14.2	14.1	14.1	14.0	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.6	13.6	13.5	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.68	9.64	9.61	9.58	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.16	9.13	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.52	7.48	7.45	7.42	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	7.01	6.99	6.98
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.45	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.27	6.24	6.21	6.18	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.78	5.75	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.48	5.44	5.41	5.38	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.99	4.96	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.00	4.96	4.92	4.89	4.86	4.83	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.44	4.42	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.52	4.49	4.46	4.43	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.04	4.01	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.21	4.18	4.15	4.12	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.73	3.71	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.97	3.94	3.91	3.88	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.49	3.47	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.78	3.75	3.72	3.69	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.30	3.27	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.62	3.59	3.56	3.53	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.14	3.11	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56	3.52	3.49	3.45	3.42	3.40	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	3.00	2.98	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45	3.41	3.37	3.34	3.31	3.28	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.89	2.86	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.27	3.24	3.21	3.18	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.79	2.76	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.19	3.16	3.13	3.10	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.70	2.68	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.63	2.60	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	3.05	3.02	2.99	2.96	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.56	2.54	2.42
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.36	2.33	2.21
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.66	2.63	2.60	2.57	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.16	2.13	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.48	2.45	2.42	2.39	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.97	1.94	1.80
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.79	2.70	2.63	2.56	2.51	2.46	2.42	2.38	2.35	2.32	2.29	2.27	2.18	2.10	2.01	1.95	1.91	1.86	1.82	1.68
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.78	1.75	1.60
80	6.96	4.86	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.31	2.27	2.23	2.20	2.17	2.14	2.12	2.03	1.94	1.85	1.79	1.75	1.69	1.66	1.49
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.26	2.22	2.19	2.15	2.12	2.09	2.07	1.98	1.89	1.80	1.73	1.69	1.63	1.60	1.43
$\infty$	6.83	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97	1.93	1.90	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.40	1.36	1.00

(

(

(

(

**732G71                      STATISTIK B**  
**PROVKOD                    TENT**  
**SVARSBLANKETT**

AID: \_\_\_\_\_

Markera ditt svarsalternativ genom att ringa in det.  
Endast ett svarsalternativ per deluppgift får markeras.

**Kontrollera att du har markerat i alla deluppgifter du har besvarat!**

- Uppgift 2 (a) (i)      (ii)      (iii)      (iv)      (v)
- (b) 1 Teststorhetens värde är 4.96. Testet är inte signifikant!  
2 Teststorhetens värde är 4.96. Testet är signifikant!  
3 Teststorhetens värde är 0.56. Testet är inte signifikant!  
4 Teststorhetens värde är 0.56. Testet är signifikant!  
5 Teststorhetens värde är 0.71. Testet är inte signifikant!  
6 Teststorhetens värde är 0.71. Testet är signifikant!
- (c) 1  $R_{adj}^2 = 0.288$        $s = 100.4$   
2  $R_{adj}^2 = 95.0\%$        $s = 665.8$   
3  $R_{adj}^2 = 0.360$        $s = 665.8$   
4  $R_{adj}^2 = 0.29$        $s = 665.8$   
5  $R_{adj}^2 = 95.0\%$        $s = 100.4$   
6  $R_{adj}^2 = 0.29\%$        $s = 100.4$
- (d) 1 För  $H_{01}$ : Teststorheten= $(-)$ 1.16      Testet är ej signifikant  
För  $H_{02}$ : Teststorheten= $(-)$ 4.04      Testet är signifikant  
2 För  $H_{01}$ : Teststorheten= $(-)$ 1.16      Testet är signifikant  
För  $H_{02}$ : Teststorheten= $(-)$ 4.04      Testet är ej signifikant  
3 För  $H_{01}$ : Teststorheten= $(-)$ 9.62      Testet är signifikant  
För  $H_{02}$ : Teststorheten= $(-)$ 4.82      Testet är signifikant  
4 För  $H_{01}$ : Teststorheten= $(-)$ 1.36      Testet är ej signifikant  
För  $H_{02}$ : Teststorheten= $(-)$ 0.68      Testet är ej signifikant  
5 För  $H_{01}$ : Teststorheten= $(-)$ 9.62      Testet är signifikant  
För  $H_{02}$ : Teststorheten= $(-)$ 4.82      Testet är ej signifikant  
6 För  $H_{01}$ : Teststorheten= $(-)$ 1.36      Testet är signifikant  
För  $H_{02}$ : Teststorheten= $(-)$ 0.68      Testet är ej signifikant

- (e) 1 Minskning med 16.49 enheter  
 2 Ökning med 16.49 enheter  
 3 Minskning med 16.11 enheter  
 4 Ökning med 0.037 enheter  
 5 Ökning med 0.0017 enheter  
 6 Ökning med 0.0034 enheter
- (f) 1 Teststorhetens värde är 7.01. Testet är inte signifikant!  
 2 Teststorhetens värde är 7.01. Testet är signifikant!  
 3 Teststorhetens värde är 2.05. Testet är inte signifikant!  
 4 Teststorhetens värde är 2.05. Testet är signifikant!  
 5 Teststorhetens värde är 1.60. Testet är inte signifikant!  
 6 Teststorhetens värde är 1.60. Testet är signifikant!
- (g) 1 empl  
 2 TV  
 3 area\_0  
 4 area\_1  
 5 exp
- (h) (i) (ii) (iii) (iv) (v)

*Uppgift 3*

1	2006: 100.0,	2007: 100.0,	2008: 100.0
2	2006: 100.0,	2007: 110.0,	2008: 121.0
3	2006: 100.0,	2007: 90.9,	2008: 81.8
4	2006: 100.0,	2007: 115.0,	2008: 118.8
5	2006: 100.0,	2007: 110.0,	2008: 110.0

*Uppgift 4* (a) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

- (b) 1 Teststorhetens värde är 117.8. Varugruppen är inte priskänslig  
 2 Teststorhetens värde är -20.28. Varugruppen är priskänslig  
 3 Teststorhetens värde är 1.43. Varugruppen är priskänslig  
 4 Teststorhetens värde är -10.84. Varugruppen är priskänslig  
 5 Teststorhetens värde är -1.43. Varugruppen är inte priskänslig  
 6 Teststorhetens värde är 117.8. Varugruppen är priskänslig

*Uppgift 5* (a) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)  
 (b) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)