



Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

(fylls i av ansvarig)

| | |
|--|--|
| Datum för tentamen | <i>2008-12-05</i> |
| Sal | <i>TER1</i> |
| Tid | <i>8-12</i> |
| Kurskod | <i>732G71</i> |
| Provkod | <i>TENT</i> |
| Kursnamn/benämning | <i>Statistik B</i> |
| Institution | <i>IDA</i> |
| Antal uppgifter som ingår i tentamen | <i>5</i> |
| Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet) | <i>14</i> |
| Lector/Kursansvarig | <i>Anders Nordgaard</i> |
| Telefon under skrivtid | <i>0709-782514</i> |
| Besöker salen ca kl. | <i>09.50</i> |
| Kursadministratör (namn + tfnr + mailadress) | <i>Elisabeth Qvarnström 013-281706, eliqv@ida.liu.se</i> |
| Tillåtna hjälpmedel | <i>Räknedosa (valfri), Lexikon</i> |
| Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.) | |

(

(

(

(:

STATISTIK B, 8 HP

TENTAMEN

FREDAGEN DEN 5 DECEMBER 2008
08.00-12.00

Hjälpmedel:
Jourhavande lärare:
Poänggränser m m:

Räknedosa. Lexikon
Anders Nordgaard

Skrivningen ger maximalt 15 skrivningspoäng. För betyget Godkänd krävs normalt 9 poäng. För betyget Väl Godkänd krävs normalt 12 poäng. Skriv namn och personnummer på varje inlämnat papper! Formelsamling och tabeller följer efter uppgifterna, Svarsformulär till uppgifterna 2-5 finns i slutet.

Lycka till!

Obs! Till uppgift 1 skall fullständig lösning inlämnas. Till uppgifterna 2-5 lämnas endast svar på svarsblankett, som finns längst bak i detta formulär.

1. I en stor studie har man undersökt försäljningsutvecklingen hos ett antal framgångsrika företag det senaste året. Bland annat studerar man effekten av antalet anställda i företaget som till mer än 50% av sin arbetstid ägnar sig åt arbete med reklam och annonsering (reklampersoner). Nedanstående tabell visar försäljningsökning det senaste året och antalet reklampersoner för 15 slumpmässigt valda företag i studien

| Företag | Förs.ökning(y) | Antal reklampers(x_2) |
|---------|--------------------|---------------------------|
| 1 | 524 | 11 |
| 2 | 522 | 17 |
| 3 | 517 | 11 |
| 4 | 679 | 13 |
| 5 | 496 | 15 |
| 6 | 553 | 16 |
| 7 | 532 | 15 |
| 8 | 331 | 20 |
| 9 | 406 | 20 |
| 10 | 670 | 17 |
| 11 | 712 | 15 |
| 12 | 554 | 13 |
| 13 | 596 | 14 |
| 14 | 476 | 11 |
| 15 | 578 | 14 |

En enkel linjär regressionsmodell skall anpassas för det linjära sambandet mellan försäljningsutveckling (y) och antalet reklampersoner (x_2), dvs $y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \varepsilon$. För detta har följande beräknats:

$$\sum x_2 = 222, \quad \sum y = 8146, \quad \sum x_2^2 = 3402, \quad \sum y^2 = 4563272, \\ \sum x_2 \cdot y = 119104$$

Obs! Det finns särskilda skattningsmetoder att använda när man har tillgång till fler y -värden för ett och samma x -värde, men det bortser vi från i denna uppgift.

v g v

- a) Beräkna skattningar av parametrarna β_0 och β_1 , dvs beräkna b_0 och b_1 . (1p)
- b) Avgör med lämpligt test (5% nivå) eller konfidensintervall (95%) om signifikant regression föreligger. (1.5p)
- c) Vad skulle en tolkning av värdet hos b_0 vara? Är den meningsfull? Motivera ditt svar. (1 p)
- d) Beräkna korrelationskoefficienten mellan y och x_2 . (1p)
- e) Beräkna ett 99% konfidensintervall för den genomsnittliga försäljningsökningen när antalet reklampersoner är 18 stycken. (1.5p)
- f) I analysen kan tre residualer fås då $x_2 = 11$ och två då $x_2 = 20$. Dessa två x_2 -värden är det minsta resp. det största värdet i materialet. Beräkna de fem residualerna och kommentera resultatet på lämpligt sätt. (1p)
2. Datamaterialet i uppgift 1 är ett urval av ett något större material omfattande 50 företag. För detta material finns förutom de variabler som redogjordes för i uppgift 1 även ytterligare fyra variabler. Samtliga variabler ges en kortfattad förklaring nedan

| | |
|----------------|---|
| sales (y) | Försäljningsökning sedan föregående år |
| adv (x_1) | Faktiska reklamkostnader innevarande år |
| empl (x_2) | Antalet reklampersoner (motsv. den i uppgift 1) |
| TV (x_3) | En variabel som är 1 om företaget använder TV-reklam och 0 annars |
| area (x_4) | Bransch för företaget (0=Dagligvarubranschen, 1=IT-branschen, 2=Nöjesbranschen) |
| exp (x_5) | Antal år som företaget funnits |

Nedan visas ett utdrag ur datamaterialet för att illustrera vilka värden variablerna (ungefär antar)

| företag | sales | adv | empl | TV | area | exp |
|---------|-------|-----|------|----|------|-----|
| 1 | 524 | 198 | 11 | 1 | 1 | 9 |
| 2 | 522 | 203 | 17 | 0 | 0 | 4 |
| 3 | 517 | 190 | 11 | 1 | 1 | 6 |
| 4 | 679 | 186 | 13 | 1 | 0 | 3 |
| 5 | 496 | 210 | 15 | 1 | 1 | 8 |
| 6 | 553 | 192 | 16 | 1 | 1 | 9 |
| 7 | 532 | 205 | 15 | 0 | 0 | 5 |
| 8 | 331 | 181 | 20 | 0 | 1 | 11 |
| . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . |
| 50 | 735 | 199 | 11 | 1 | 0 | 2 |

Från variabeln area (x_4) konstrueras tre nya variabler:

- area_0 som är 1 om branschen är dagligvaru och 0 annars
- area_1 som är 1 om branschen är IT och 0 annars
- area_2 som är 1 om branschen är nöje och 0 annars

v g v

- a) Vilket av följande påståenden är korrekt?
- (i) Om variabeln exp skall kunna ingå som förklaringsvariabel i en regressionsmodell måste den först logaritmeras.
 - (ii) Variabeln area kan inte direkt ingå som förklaringsvariabel i en regressionsmodell.
 - (iii) En multipel regressionsmodell där försäljningsökningen förklaras av TV och empl är med nödvändighet icke-linjär.
 - (iv) Variabeln TV bör göras om till två dummy-variabler för att kunna användas som förklaringsvariabel i en regressionsmodell.
 - (v) Variabeln empl är likvärdig med en samspelsterm mellan variablerna adv och exp.

(0.5p)

Man prövar en regressionsmodell där variabeln sales förklaras av variablerna adv, empl och adv*empl, där den sista har erhållits genom att multiplicera variablerna adv och empl. Modellen blir

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_{12} * x_1 * x_2 + \varepsilon$$

där $x_1 = \text{adv}$ och $x_2 = \text{empl}$. En censurerad utskrift från en analys med Minitab är följande:

Regression Analysis: sales versus adv; empl; adv*empl

The regression equation is
 sales = 4853 - 22.1 adv - 267 empl + 1.39 adv*empl

| Predictor | Coef | SE Coef |
|-----------|---------|---------|
| Constant | 4853 | 1611 |
| adv | -22.098 | 8.264 |
| empl | -267.2 | 103.0 |
| adv*empl | 1.3879 | 0.5282 |

Analysis of Variance

| Source | DF | SS |
|----------------|----|--------|
| Regression | 3 | 96541 |
| Residual Error | 46 | 596316 |

- b) Beräkna 95%-iga konfidensintervall för var och en av parametrarna β_1 och β_2 (1p)
- c) Beräkna den anpassade modellens förklaringsgrad (R^2) och skattade standardavvikelse (s) (1p)

v g v

Man prövar nu följande modell:

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3 + \beta_5 \cdot x_5 + \beta_6 \cdot x_6 + \beta_7 \cdot x_7 + \varepsilon$$

där x_1, x_2, x_3 och x_5 är enligt listan ovan, $x_6 = \text{area}_0$ och $x_7 = \text{area}_1$ enligt ovan. En analys med Minitab ger följande (censurerade) resultat:

Regression Analysis: sales versus adv; empl; TV; exp; area_0; area_1

The regression equation is

sales = 635 - 0.331 adv + 8.71 empl + 148 TV - 19.4 exp - 83.1 area_0
- 161 area_1

| Predictor | Coef | SE Coef | T | P | VIF |
|-----------|---------|---------|--------|-------|-----|
| Constant | 634.53 | 70.82 | 8.96 | 0.000 | |
| adv | -0.3310 | 0.2939 | -1.13 | 0.266 | 1.0 |
| empl | 8.714 | 1.895 | 4.60 | 0.000 | 1.1 |
| TV | 147.85 | 11.70 | 12.63 | 0.000 | 1.2 |
| exp | -19.351 | 1.893 | -10.22 | 0.000 | 1.1 |
| area_0 | -83.13 | 15.46 | -5.38 | 0.000 | 2.5 |
| area_1 | -160.74 | 15.98 | -10.06 | 0.000 | 2.6 |

S = 34.5228 R-Sq = 92.6% R-Sq(adj) = 91.6%

Analysis of Variance

| Source | DF | SS | MS |
|----------------|----|--------|--------|
| Regression | 6 | 641608 | 106935 |
| Residual Error | 43 | 51248 | 1192 |
| Total | 49 | 692856 | |

| Source | DF | Seq SS |
|--------|----|--------|
| adv | 1 | 3841 |
| empl | 1 | 3183 |
| TV | 1 | 276022 |
| exp | 1 | 223675 |
| area_0 | 1 | 14300 |
| area_1 | 1 | 120587 |

Predicted Values for New Observations

| New Obs | Fit | SE Fit | 95% CI | 95% PI |
|---------|--------|--------|------------------|------------------|
| 1 | 653.37 | 16.34 | (620.43; 686.32) | (576.35; 730.40) |

Values of Predictors for New Observations

| New Obs | adv | empl | TV | exp | area_0 | area_1 |
|---------|-----|------|------|------|----------|----------|
| 1 | 200 | 15.0 | 1.00 | 10.0 | 0.000000 | 0.000000 |

v g v

- d) Beräkna ett 99% prognosintervall för försäljningsökningen hos ett 10 år gammalt företag där reklamkostnaderna är 200, antalet reklampersoner är 15, TV-reklam används och branschen är nöje. (1p)
- e) Testa på lämpligt sätt på 5% nivå om variabeln area skall vara representerad i modellen. Ange testvariabelns värde samt om testet är signifikant eller ej (0.5p)
- f) Vilket av följande påståenden om modellen är korrekt?
- (i) Försäljningsökningen ökar i genomsnitt med c:a 148 enheter för varje TV-reklamslag som görs.
 - (ii) F -testet av hypotesen $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0$ är inte signifikant på 1% nivå.
 - (iii) Inga problem med multikolinjäritet verkar finnas.
 - (iv) Ett t -test av hypotesen $H_0 : \beta_1 = 0$ blir signifikant på 5% nivå.
 - (v) Eftersom den justerade förklaringsgraden är lägre än den ojusterade bör inte modellen användas.
 - (vi) VIF-värdena för area_0 och area_1 antyder att en av dessa variabler bör utgå ur modellen.

(0.5p)

Ytterligare en analys görs med följande utskrift

Best Subsets Regression: sales versus adv; empl; ...

Response is sales

```

a
e d
a a m v
r r p *
e e e l e
a m e a a * m
d p T x - - T p
v l V p o i V l

```

| Vars | R-Sq | R-Sq(adj) | Mallows C-p | S | 1 | V | p | o | i | V | l |
|------|------|-----------|-------------|--------|-------|-------|-----------|---|-----|---|---|
| 1 | 40.3 | 39.0 | 300.7 | 92.835 | | | | | | | X |
| 1 | 36.4 | 35.0 | 323.5 | 95.844 | | | | | | X | |
| 2 | 73.3 | 72.2 | 111.1 | 62.747 | | | X | | | X | |
| 2 | 69.3 | 68.0 | 134.4 | 67.293 | | | X X | | | | |
| 3 | 86.6 | 85.7 | 36.0 | 44.969 | | | X | | X X | | |
| 3 | 83.7 | 82.6 | 52.8 | 49.593 | | | X X | | X | | |
| 4 | 91.6 | 90.8 | 9.0 | 36.050 | | | X X X X | | | | |
| 4 | 88.7 | 87.7 | 25.5 | 41.684 | | | X X X X | | | | |
| 5 | 92.4 | 91.5 | 6.2 | 34.628 | | | X X X X X | | | | |
| 5 | 92.0 | 91.1 | 8.6 | 35.537 | X | | X X X X | | | | |
| 6 | 92.7 | 91.7 | 6.4 | 34.318 | X | X | X X X X | | | | X |
| 6 | 92.6 | 91.6 | 7.0 | 34.523 | X X | X | X X X X | | | | |
| 7 | 92.8 | 91.6 | 7.7 | 34.430 | X X X | X | X X X X | | | | X |
| 7 | 92.8 | 91.6 | 7.9 | 34.483 | X | X X | X X X X | | | | X |
| 8 | 92.9 | 91.6 | 9.0 | 34.543 | X X X | X X X | X X X X | | | | X |

v g v

- g) Vilket av följande påståenden stämmer om analysen?
- (i) Om en modell skall väljas på basis av måttet C (C_p) så blir det modellen med variablerna $empl$, TV , exp , $area_0$ och $area_1$.
 - (ii) Modellen med samtliga förklaringsvariabler är bäst därför att den har högst förklaringsgrad.
 - (iii) Den modell med 7 förklaringsvariabler som har högst justerad förklaringsgrad är den där variabeln $empl$ inte ingår.
 - (iv) Den modell som är bäst enligt *flest* kriterier har 6 förklaringsvariabler.
 - (v) Analysen visar inte på vilken av alla modeller med fyra förklaringsvariabler som är den bästa.

(0.5p)

3. Antag att vi vill konstruera ett aktieindex baserat på aktiekurserna hos tre närliggande företag. Istället för att använda värdeserier för grupper av varor/tjänster kan vi som vikter använda inbördes marknadsandelar för respektive företag. I nedanstående tabell redovisar vi genomsnittliga aktiekurser och uppskattade inbördes marknadsandelar för de tre företagen under tre på varandra följande månader

| Månad | Företag 1 | | Företag 2 | | Företag 3 | |
|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
| | Kurs | Andel | Kurs | Andel | Kurs | Andel |
| 1 | 200 | 45% | 300 | 20% | 100 | 35% |
| 2 | 210 | 50% | 320 | 20% | 80 | 30% |
| 3 | 250 | 60% | 300 | 15% | 90 | 25% |

Beräkna ett aktieindex för de tre företagen för de tre månaderna där den tredje månaden utgör referensmånad (motsvarande basår). Använd ett kedjeindex med Laspeyre-vikter. Ange indexvärdena för alla tre månaderna.

(1p)

v g v

4. Ett finansbolag som specialiserat sig på pensionsplaceringar har analyserat utvecklingen av ett visst belopp under fem års tid. Behållningen år t betecknas v_t och den modell man analyserat är

$$v_t = v_0 \cdot (1 + a)^t \cdot \delta, \quad t = 1, 2, 3, 4, 5$$

där a står för räntesatsekvivalenten. I analysen nedan har variabeln v logaritmerats med 10-logaritmen.

Regression Analysis: log v versus t

The regression equation is
log v = - 24.3 + 0.0133 t

| Predictor | Coef | SE Coef |
|-----------|----------|----------|
| Constant | -24.29 | 11.73 |
| t | 0.013320 | 0.005850 |

S = 0.0185004 R-Sq = 63.3% R-Sq(adj) = 51.1%

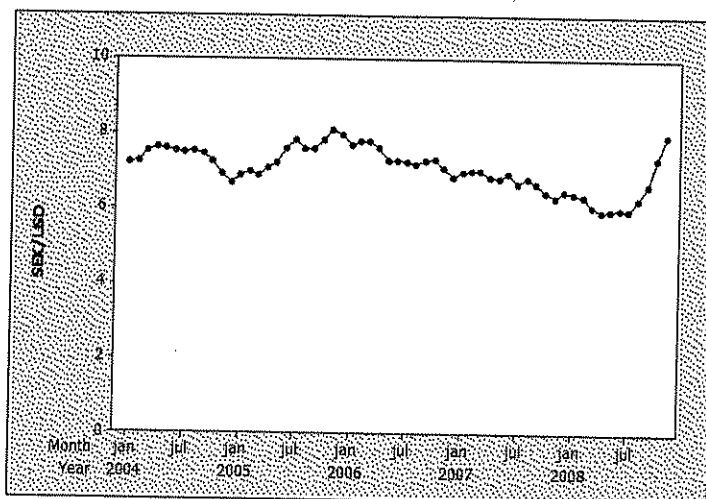
Analysis of Variance

| Source | DF | SS | MS |
|----------------|----|-----------|-----------|
| Regression | 1 | 0.0017742 | 0.0017742 |
| Residual Error | 3 | 0.0010268 | 0.0003423 |
| Total | 4 | 0.0028010 | |

- a) Beräkna en skattning av räntesatsekvivalenten, a . (0.5p)
- b) Beräkna ett 95% konfidensintervall för a . (0.5p)

v g v

5. I figur 1 nedan visas månadsmedelvärden av växelkursen mellan svensk krona (SEK) och amerikansk dollar (USD) från januari 2004 till november 2008.



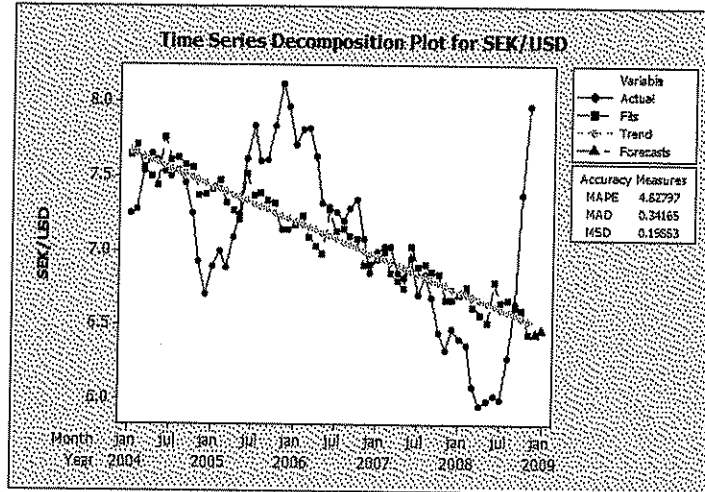
Figur 1: Månadsmedelvärden för växelkurs SEK/USD jan 2004 - nov 2005

- a) Vilket av följande påståenden är **inte korrekt** för tidsserien i figur 1?
- (i) Det är rimligt att anta att tidsserien är stationär.
 - (ii) Tidsserien skulle kunna prognosticeras en månad framåt med hjälp av enkel exponentiell utjämning.
 - (iii) För att skatta tidsserens konjunkturkomponent skall tidserievärdena logaritmeras.
 - (iv) En autoregressiv modell av ordning 1 kan nog anpassas direkt till tidsseriens värden.
 - (v) Vid användande av enkel exponentiell utjämning bör ett relativt högt värde på utjämningsparametern användas.
 - (vi) Om en modell för tidsserieregression används skall säsongsvariationen modelleras med hjälp av 11 indikatorvariabler (om den skall ingå i modellen).

(0.5p)

I figur 2 och i den efterföljande Minitabutskriften på nästa sida redovisas en komponentuppdelning av tidsserien.

v g v



Figur 2: Originaldata, anpassade värden, skattad trend och prognoser för växelkursdata

Time Series Decomposition for SEK/USD

Data SEK/USD
 Length 59
 NMissing 0

Fitted Trend Equation

$$Y_t = 7.68623 - 0.0196776 * t$$

SeasonalIndices

| Period | Index |
|--------|---------|
| 1 | 0.99724 |
| 2 | 1.00826 |
| 3 | 0.99044 |
| 4 | 0.98521 |
| 5 | 0.98040 |
| 6 | 1.02485 |
| 7 | 1.00770 |
| 8 | 1.01237 |
| 9 | 1.00828 |
| 10 | 1.00910 |
| 11 | 0.98645 |
| 12 | 0.98971 |

- b) Beräkna med hjälp av analysen en prognos av den genomsnittliga växelkursen för januari 2009. (0.5p)

Formelsamling

Enkel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i$$

där $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad regressionslinje:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x$$

där

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{aligned}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$$

Kvadratsummor:

$$\text{Total: } SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 - b_1 \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum y_i^2 - b_0 \cdot \sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i \cdot y_i$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

Förenklingsformler:

Se ovan för $\sum (y_i - \bar{y})^2$ och samma kan användas på $\sum (x_i - \bar{x})^2$

$$\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} = \sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}$$

Variansskattning

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2}$$

$$s = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

Förklaringsgrad:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Korrelationskoefficient:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{r^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}) \cdot (\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{(n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}} \end{aligned}$$

Konfidensintervall, prognosintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_1 \sim N \left(\beta_1, \frac{\sigma}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \right)$$

$$b_0 \sim N \left(\beta_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \right)$$

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \sim N \left(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \right)$$

Konfidensintervall för β_1 :

$$b_1 \pm t_{|\alpha/2|}(n-2) \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för β_0 :

$$b_0 \pm t_{|\alpha/2|}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Konfidensintervall för $\mu_{y_0|x_0} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0$:

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{|\alpha/2|}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Prognosintervall för $y_0 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0 + \varepsilon_0$:

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{|\alpha/2|}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_0 = 0$:

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{b_0}{s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \right)}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{|\alpha/2|}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = 0$:

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{b_1}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{|\alpha/2|}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = B$ (där B är något annat än 0):

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_1 - B}{s_{b_1}} = \frac{b_1 - B}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}} \quad \left(\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

Jämför med $\pm t_{|\alpha/2|}(n-2)$

Vid enkelsidiga mothypoteser jämförs t med $t_{|\alpha|}(n-2)$ (eller med $-t_{|\alpha|}(n-2)$ beroende på mothypotesens riktning).

Formellt F-test av $H_0 : \beta_1 = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-2)}$$

Jämför med $F_{|\alpha|}(1, n-2)$

Multipel linjär regressionsanalys:

Modell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

där $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad modell:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k$$

Kvadratsummor:

$$SST = SSE + SSR$$

$$\text{Total: } SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$\text{Residual: } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\text{Regression: } SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$$

SSE har $n - k - 1$ frihetsgrader, SSR har k frihetsgrader.

Variansskattning:

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = MSE = \frac{SSE}{n - k - 1}$$

Förklaringsgrad:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Justerad förklaringsgrad:

$$R_{adj}^2 = \bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n - k - 1)}{SST/(n - 1)}$$

Konfidensintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_j \sim N(\beta_j, \sigma_{b_j})$$

Formellt F -test av $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n - k - 1)}$$

Jämför med $F_{[\alpha]}(k, n - k - 1)$

Konfidensintervall för β_j :

$$b_j \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s_{b_j}$$

där s_{b_j} hämtas från datorutskrift.

Formellt t -test av $H_0 : \beta_j = 0$:

$$\text{Testfunktion: } t = \frac{b_j}{s_{b_j}}$$

Jämför med $t_{[\alpha/2]}(n - k - 1)$

Konfidensintervall för $\mu_{y_0|x_{01}, \dots, x_{0k}}$:

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s \sqrt{\text{Distance value}}$$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s \cdot \sqrt{\text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Prognosintervall för y_0 :

$$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n - k - 1) \cdot s \sqrt{1 + \text{Distance value}}$$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s \cdot \sqrt{1 + \text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Partiellt F -test av $H_0 : \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$:

$$\text{Testfunktion: } F = \frac{(SSE_R - SSE_C)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)} = \frac{(SSR_C - SSR_R)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)}$$

där SSE_R = Residualkvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen och SSE_C = Residualkvadratsumman i den större (kompletta) modellen.

Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

Variance Inflation Factor (VIF):

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

där R_j^2 = Förklaringsgraden i modell där x_j är y -variabel och övriga x -variabler är förklaringsvariabler.

Sekventiella kvadratsummor:

$$SSR = SSR(x_1) + SSR(x_2|x_1) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})$$

där $SSR(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})$ är tillskottet till SSR då variabel x_j läggs till en modell med variablerna x_1, x_2, \dots, x_{j-1} .

Ett partiellt F -test av $H_0 : \beta_{g+1} = \dots = \beta_k = 0$ kan då göras med testfunktionen

$$F = \frac{(SSR(x_{g+1}|x_1, \dots, x_g) + SSR(x_{g+2}|x_1, \dots, x_{g+1}) + \dots + SSR(x_k|x_1, \dots, x_{k-1})) / (k-g)}{MSE}, \quad \text{Jämför med } F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$$

förutsatt att variablerna matas in i ordningen x_1, x_2, \dots, x_k i modellen.

Exponentiella samband och elasticitetsmodeller:

Exponentiell modell: $y = \beta_0 \cdot (\beta_1)^x \cdot \delta$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

$$\log y = \log \beta_0 + (\log \beta_1) \cdot x + \log \delta$$

Anpassad modell: $\hat{y} = b_0 \cdot (b_1)^x$

där

$$\begin{aligned} \log b_1 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} = \\ &= \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum \log y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \end{aligned}$$

$$\text{och } \log b_0 = \overline{\log y} - (\log b_1) \cdot \bar{x}$$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$$SST = \sum (\log y_i - \overline{\log y})^2 = \sum (\log y_i)^2 - n \cdot (\overline{\log y})^2$$

$$SSE = SST - (\log b_1) \cdot \sum (x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y}) = SST - (\log b_1) \cdot (\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}) = \sum (\log y_i)^2 - (\log b_0) \cdot \sum \log y_i - (\log b_1) \cdot \sum x_i \cdot \log y_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av $H_0 : \beta_1 = 1$ dvs inget samband mellan y och $x \iff \log \beta_1 = 0$:

$$\text{Testfunktion } t = \frac{\log b_1}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}}, \text{ jämför med } t_{[\alpha/2]}(n-2)$$

Elasticitetsmodeller:

Formler enligt AJÅ:

x_1 =Pris, x_2 =Inkomst

Modeller:

$$\hat{y} = a \cdot x_1^e, \quad \hat{y} = a \cdot x_2^E, \quad \hat{y} = a \cdot x_1^e \cdot x_2^E$$

e = priselasticitet, E = inkomstelasticitet

Anpassning av t.ex. $\hat{y} = a \cdot x_1^e$:

$$\lg \hat{y} = a' + e \cdot \lg x_1, \quad a' = \lg a$$

$$e = \frac{n \cdot \sum (\lg y) \cdot (\lg x_1) - (\sum \lg y) \cdot (\sum \lg x_1)}{n \cdot \sum (\lg x_1)^2 - (\sum \lg x_1)^2}$$

$$SST = \sum (\lg y - \overline{\lg y})^2 = \sum (\lg y)^2 - \frac{(\sum \lg y)^2}{n}$$

$$SSE = SST - e \cdot \sum (\lg x_1 - \overline{\lg x_1}) \cdot (\lg y - \overline{\lg y}) = \sum (\lg y)^2 - a' \cdot \sum \lg y - e \cdot \sum (\lg x_1) \cdot (\lg y)$$

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av H_0 : priselasticiteten = B där B är ett ifrågasatt värde på priselasticiteten:

Testfunktion $t = \frac{e - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (\lg x_1 - \overline{\lg x_1})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller

$$-t_{[\alpha]}^{(n-2)}.$$

Formler enligt Mikroekonomin, Fö-anteckningar och datorövningar:

$$Q = A \cdot (P)^{E_P} \cdot \delta, \quad Q = \alpha \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$Q = A \cdot (P)^{E_P} \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$$

$$\log Q = \log A + E_P \cdot \log P + \log \delta$$

$$\log Q = \log A + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

$$\log Q = \log A + E_P \cdot \log P + E_I \cdot \log I + \log \delta$$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

Exempel på anpassad modell: $\widehat{Q} = a \cdot (P)^{\widehat{E}_P}$, där $\widehat{E}_P = \frac{\sum (\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q})}{\sum (\log P_i - \overline{\log P})^2} =$

$$= \frac{\sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}}{\sum (\log P_i)^2 - n \cdot (\overline{\log P})^2} \text{ och}$$

$$\log a = \overline{\log Q} - \widehat{E}_P \cdot \overline{\log P} \quad [\overline{\log P} = \frac{1}{n} \sum \log P_i \text{ och } \overline{\log Q} = \frac{1}{n} \sum \log Q_i]$$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$$SST = \sum (\log Q_i - \overline{\log Q})^2 = \sum (\log Q_i)^2 - n \cdot (\overline{\log Q})^2$$

$$SSE = SST - \widehat{E}_P \cdot \sum (\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q}) = SST - \widehat{E}_P \cdot [\sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}] =$$

$$= \sum (\log Q_i)^2 - (\log a) \cdot \sum \log Q_i - \widehat{E}_P \cdot \sum (\log P_i) \cdot (\log Q_i)$$

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Test av H_0 : $E_P = B$ där B är ett ifrågasatt värde på E_P :

Testfunktion $t = \frac{\widehat{E}_P - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum (\log P_i - \overline{\log P})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller

$$-t_{[\alpha]}^{(n-2)}.$$

Index

Sammansatta fastbasindex:

$$I_t = i_{1,t} \cdot w_1 + i_{2,t} \cdot w_2 + \dots + i_{n,t} \cdot w_n$$

där n är antalet ingående varor/tjänster, $i_{1,t}, \dots, i_{n,t}$ är enkla prisindex för ingående varor, alla med basår t_0 och w_1, \dots, w_n väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t_0}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t_0}}$$

$$\text{Paasche: } w_i = \frac{p_{i,t} \cdot q_{i,t}}{\sum_j p_{j,t} \cdot q_{j,t}}$$

Kedjeprisindex:

$$I_t = L_{0,1} \cdot L_{1,2} \cdot \dots \cdot L_{t-1,t} \cdot 100$$

där

$$L_{t-1,t} = \sum_{i=1}^n \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot w_{i,t-1,t}$$

är årslänken från år $t-1$ till t för n ingående varor/tjänster. $w_{i,t-1,t}$ väljs enligt ett viktsystem:

$$\text{Laspeyre: } w_{i,t-1,t}^L = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t-1}$$

$$\text{Paasche: } w_{i,t-1,t}^P = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t \text{ i priser för år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t \text{ i priser för år } t-1}$$

Med representantvaror byts "Försäljningsvärdet för vara i " mot "Försäljningsvärdet för varugrupp i " i vikterna.

Implicitprisindex:

$$I_t = \frac{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i löpande priser}}{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i basårets priser}} \cdot 100$$

Relativprisindex:

$$I_t^R = \frac{I_t^v}{I_t^0} \cdot 100$$

där I_t^v = Prisindex för aktuell vara/tjänst/grupp och I_t^0 = Prisindex för den större jämförelsegruppen, t ex KPI.

Tidsserieanalys

Tidsserieregression:

Modell:

$$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$$

där

$$TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t \text{ eller } TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$$

och

$$SN_t = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{si} \cdot x_{si,t}$$

med

L = Antal säsonger och $x_{si,t} = 1$ om t tillhör säsong i och $= 0$ annars.

Durbin-Watson's test:

Test av H_0 : Residualerna är okorrelerade.

$$\text{Testfunktion } d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

där $e_t = y_t - \hat{y}_t$.

Jämförelser:

Om $d < 1 \Rightarrow$ Förekasta H_0 , positiv seriell korrelation

Om $d > 3 \Rightarrow$ Förekasta H_0 , positiv seriell korrelation

Om $1 \leq d \leq 3 \Rightarrow H_0$ kan ej förkastas.

Komponentuppdelning:

Modeller:

Multiplikativ modell: $y_t = TR_t \cdot SN_t \cdot CL_t \cdot IR_t$

Additiv modell: $y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$

Enkel exponentiell utjämning:

Modell: $y_t = \beta_0 + \varepsilon_t$

Uppdateringsschema för skattning av β_0 : $l_T = \alpha \cdot y_T + (1 - \alpha) \cdot l_{T-1}$ $0 < \alpha < 1$

Prognos: $\hat{y}_{T+r}(T) = l_T$

Prognosintervall: $l_t \pm z \cdot s \cdot \sqrt{1 + \alpha^2}$

där $z = 1.96$ för 95% intervall, 2.576 för 99% intervall och

$$s = \sqrt{\frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}$$

Tabeller över t -, F - och χ^2 -fördelningarna

Tabell 1. t -koefficienter vid dubbelsidiga intervall

| Fg | Konfidensnivå (%) | | | | | | |
|----------|-------------------|------|-------|-------|-------|--------|--------|
| | 80 | 90 | 95 | 98 | 99 | 99.8 | 99.9 |
| 1 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 318.31 | 636.61 |
| 2 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 1.41 | 1.89 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.79 | 5.41 |
| 8 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.05 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.69 | 4.02 |
| 17 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.65 | 3.97 |
| 18 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 1.33 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.85 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 1.32 | 1.72 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.51 | 3.79 |
| 23 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.47 | 3.75 |
| 25 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.79 | 3.45 | 3.73 |
| 26 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.44 | 3.71 |
| 27 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.46 | 2.76 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.39 | 3.65 |
| 40 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 3.16 | 3.37 |
| ∞ | 1.28 | 1.64 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 3.09 | 3.29 |

Utökad *t*-tabell för frihetsgrader 30-80

| Fg | Konfidensnivå % | | | | |
|----|-----------------|-------|-------|-------|-------|
| | 80 | 90 | 95 | 98 | 99 |
| 30 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 |
| 31 | 1.309 | 1.696 | 2.040 | 2.453 | 2.744 |
| 32 | 1.309 | 1.694 | 2.037 | 2.449 | 2.738 |
| 33 | 1.308 | 1.692 | 2.035 | 2.445 | 2.733 |
| 34 | 1.307 | 1.691 | 2.032 | 2.441 | 2.728 |
| 35 | 1.306 | 1.690 | 2.030 | 2.438 | 2.724 |
| 36 | 1.306 | 1.688 | 2.028 | 2.434 | 2.719 |
| 37 | 1.305 | 1.687 | 2.026 | 2.431 | 2.715 |
| 38 | 1.304 | 1.686 | 2.024 | 2.429 | 2.712 |
| 39 | 1.304 | 1.685 | 2.023 | 2.426 | 2.708 |
| 40 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 |
| 41 | 1.303 | 1.683 | 2.020 | 2.421 | 2.701 |
| 42 | 1.302 | 1.682 | 2.018 | 2.418 | 2.698 |
| 43 | 1.302 | 1.681 | 2.017 | 2.416 | 2.695 |
| 44 | 1.301 | 1.680 | 2.015 | 2.414 | 2.692 |
| 45 | 1.301 | 1.679 | 2.014 | 2.412 | 2.690 |
| 46 | 1.300 | 1.679 | 2.013 | 2.410 | 2.687 |
| 47 | 1.300 | 1.678 | 2.012 | 2.408 | 2.685 |
| 48 | 1.299 | 1.677 | 2.011 | 2.407 | 2.682 |
| 49 | 1.299 | 1.677 | 2.010 | 2.405 | 2.680 |
| 50 | 1.299 | 1.676 | 2.009 | 2.403 | 2.678 |
| 51 | 1.298 | 1.675 | 2.008 | 2.402 | 2.676 |
| 52 | 1.298 | 1.675 | 2.007 | 2.400 | 2.674 |
| 53 | 1.298 | 1.674 | 2.006 | 2.399 | 2.672 |
| 54 | 1.297 | 1.674 | 2.005 | 2.397 | 2.670 |
| 55 | 1.297 | 1.673 | 2.004 | 2.396 | 2.668 |
| 56 | 1.297 | 1.673 | 2.003 | 2.395 | 2.667 |
| 57 | 1.297 | 1.672 | 2.002 | 2.394 | 2.665 |
| 58 | 1.296 | 1.672 | 2.002 | 2.392 | 2.663 |
| 59 | 1.296 | 1.671 | 2.001 | 2.391 | 2.662 |
| 60 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 |
| 61 | 1.296 | 1.670 | 2.000 | 2.389 | 2.659 |
| 62 | 1.295 | 1.670 | 1.999 | 2.388 | 2.657 |
| 63 | 1.295 | 1.669 | 1.998 | 2.387 | 2.656 |
| 64 | 1.295 | 1.669 | 1.998 | 2.386 | 2.655 |
| 65 | 1.295 | 1.669 | 1.997 | 2.385 | 2.654 |
| 66 | 1.295 | 1.668 | 1.997 | 2.384 | 2.652 |
| 67 | 1.294 | 1.668 | 1.996 | 2.383 | 2.651 |
| 68 | 1.294 | 1.668 | 1.995 | 2.382 | 2.650 |
| 69 | 1.294 | 1.667 | 1.995 | 2.382 | 2.649 |
| 70 | 1.294 | 1.667 | 1.994 | 2.381 | 2.648 |
| 71 | 1.294 | 1.667 | 1.994 | 2.380 | 2.647 |
| 72 | 1.293 | 1.666 | 1.993 | 2.379 | 2.646 |
| 73 | 1.293 | 1.666 | 1.993 | 2.379 | 2.645 |
| 74 | 1.293 | 1.666 | 1.993 | 2.378 | 2.644 |
| 75 | 1.293 | 1.665 | 1.992 | 2.377 | 2.643 |
| 76 | 1.293 | 1.665 | 1.992 | 2.376 | 2.642 |
| 77 | 1.293 | 1.665 | 1.991 | 2.376 | 2.641 |
| 78 | 1.292 | 1.665 | 1.991 | 2.375 | 2.640 |
| 79 | 1.292 | 1.664 | 1.990 | 2.374 | 2.640 |
| 80 | 1.292 | 1.664 | 1.990 | 2.374 | 2.639 |

Tabell 2.1. F-värden vid enkelsidigt test på 5%-nivån

| P/N | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 24 | 30 | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 | ∞ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 161. | 200. | 216. | 225. | 230. | 234. | 237. | 239. | 241. | 242. | 243. | 244. | 245. | 246. | 246. | 247. | 247. | 248. | 248. | 249. | 250. | 251. | 252. | 252. | 253. | 254 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 18.5 | 19.0 | 19.2 | 19.2 | 19.3 | 19.3 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.4 | 19.5 | 19.5 | 19.5 | 19.5 | 19.5 | 19.5 | 19.5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 10.1 | 9.55 | 9.28 | 9.12 | 9.01 | 8.94 | 8.89 | 8.85 | 8.81 | 8.79 | 8.76 | 8.74 | 8.73 | 8.71 | 8.70 | 8.69 | 8.68 | 8.67 | 8.67 | 8.66 | 8.64 | 8.62 | 8.59 | 8.58 | 8.57 | 8.56 | 8.55 | 8.53 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 7.71 | 6.94 | 6.59 | 6.39 | 6.26 | 6.16 | 6.09 | 6.04 | 6.00 | 5.96 | 5.94 | 5.91 | 5.89 | 5.87 | 5.86 | 5.84 | 5.83 | 5.82 | 5.81 | 5.80 | 5.77 | 5.75 | 5.72 | 5.70 | 5.69 | 5.67 | 5.66 | 5.63 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 6.61 | 5.79 | 5.41 | 5.19 | 5.05 | 4.95 | 4.88 | 4.82 | 4.77 | 4.74 | 4.70 | 4.68 | 4.66 | 4.64 | 4.62 | 4.60 | 4.59 | 4.58 | 4.57 | 4.56 | 4.53 | 4.50 | 4.46 | 4.44 | 4.43 | 4.41 | 4.37 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | 5.99 | 5.14 | 4.76 | 4.53 | 4.39 | 4.28 | 4.21 | 4.15 | 4.10 | 4.06 | 4.03 | 4.00 | 3.98 | 3.96 | 3.94 | 3.92 | 3.91 | 3.90 | 3.89 | 3.87 | 3.84 | 3.81 | 3.77 | 3.75 | 3.74 | 3.72 | 3.71 | 3.67 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | 5.59 | 4.74 | 4.35 | 4.12 | 3.97 | 3.87 | 3.79 | 3.73 | 3.68 | 3.64 | 3.60 | 3.57 | 3.55 | 3.51 | 3.49 | 3.48 | 3.47 | 3.46 | 3.44 | 3.41 | 3.38 | 3.34 | 3.32 | 3.30 | 3.27 | 3.23 | 3.21 | 3.17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | 5.32 | 4.46 | 4.07 | 3.84 | 3.69 | 3.58 | 3.50 | 3.44 | 3.39 | 3.35 | 3.31 | 3.28 | 3.26 | 3.24 | 3.22 | 3.20 | 3.19 | 3.17 | 3.16 | 3.15 | 3.12 | 3.08 | 3.04 | 3.02 | 3.01 | 2.99 | 2.97 | 2.93 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | 5.12 | 4.26 | 3.86 | 3.63 | 3.48 | 3.37 | 3.29 | 3.23 | 3.18 | 3.14 | 3.10 | 3.07 | 3.05 | 3.03 | 3.01 | 2.99 | 2.97 | 2.96 | 2.95 | 2.94 | 2.90 | 2.86 | 2.83 | 2.80 | 2.79 | 2.77 | 2.76 | 2.71 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 4.96 | 4.10 | 3.71 | 3.48 | 3.33 | 3.22 | 3.14 | 3.07 | 3.02 | 2.98 | 2.94 | 2.91 | 2.89 | 2.86 | 2.85 | 2.83 | 2.81 | 2.80 | 2.78 | 2.77 | 2.74 | 2.70 | 2.66 | 2.64 | 2.62 | 2.60 | 2.59 | 2.54 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 4.84 | 3.98 | 3.59 | 3.36 | 3.20 | 3.09 | 3.01 | 2.95 | 2.90 | 2.85 | 2.82 | 2.79 | 2.76 | 2.74 | 2.72 | 2.70 | 2.69 | 2.67 | 2.66 | 2.65 | 2.61 | 2.57 | 2.53 | 2.51 | 2.49 | 2.47 | 2.46 | 2.40 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | 4.75 | 3.89 | 3.49 | 3.26 | 3.11 | 3.00 | 2.91 | 2.85 | 2.80 | 2.75 | 2.72 | 2.69 | 2.66 | 2.64 | 2.62 | 2.60 | 2.58 | 2.57 | 2.56 | 2.54 | 2.51 | 2.47 | 2.43 | 2.40 | 2.38 | 2.36 | 2.35 | 2.30 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | 4.67 | 3.81 | 3.41 | 3.18 | 3.03 | 2.92 | 2.83 | 2.77 | 2.71 | 2.67 | 2.63 | 2.60 | 2.58 | 2.55 | 2.53 | 2.51 | 2.50 | 2.48 | 2.47 | 2.46 | 2.42 | 2.38 | 2.34 | 2.31 | 2.30 | 2.27 | 2.26 | 2.21 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | 4.60 | 3.74 | 3.34 | 3.11 | 2.96 | 2.85 | 2.76 | 2.70 | 2.65 | 2.60 | 2.57 | 2.53 | 2.51 | 2.48 | 2.46 | 2.44 | 2.43 | 2.41 | 2.40 | 2.39 | 2.35 | 2.31 | 2.27 | 2.24 | 2.22 | 2.20 | 2.19 | 2.13 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | 4.54 | 3.68 | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.79 | 2.71 | 2.64 | 2.59 | 2.54 | 2.51 | 2.48 | 2.45 | 2.42 | 2.40 | 2.38 | 2.37 | 2.35 | 2.34 | 2.33 | 2.29 | 2.25 | 2.20 | 2.18 | 2.16 | 2.14 | 2.12 | 2.07 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | 4.49 | 3.63 | 3.24 | 3.01 | 2.85 | 2.74 | 2.66 | 2.59 | 2.54 | 2.49 | 2.46 | 2.42 | 2.40 | 2.37 | 2.35 | 2.33 | 2.32 | 2.30 | 2.29 | 2.28 | 2.24 | 2.19 | 2.15 | 2.12 | 2.11 | 2.08 | 2.07 | 2.01 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | 4.45 | 3.59 | 3.20 | 2.96 | 2.81 | 2.70 | 2.61 | 2.55 | 2.49 | 2.45 | 2.41 | 2.38 | 2.35 | 2.33 | 2.31 | 2.29 | 2.27 | 2.26 | 2.24 | 2.23 | 2.19 | 2.15 | 2.10 | 2.08 | 2.06 | 2.03 | 2.02 | 1.96 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | 4.41 | 3.55 | 3.16 | 2.93 | 2.77 | 2.66 | 2.58 | 2.51 | 2.46 | 2.41 | 2.37 | 2.34 | 2.31 | 2.29 | 2.27 | 2.25 | 2.23 | 2.22 | 2.20 | 2.19 | 2.15 | 2.11 | 2.06 | 2.04 | 2.02 | 1.99 | 1.98 | 1.92 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | 4.39 | 3.52 | 3.13 | 2.90 | 2.74 | 2.63 | 2.54 | 2.48 | 2.42 | 2.38 | 2.34 | 2.31 | 2.28 | 2.26 | 2.23 | 2.21 | 2.20 | 2.19 | 2.18 | 2.17 | 2.13 | 2.07 | 2.03 | 2.00 | 1.98 | 1.96 | 1.94 | 1.88 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | 4.35 | 3.49 | 3.10 | 2.87 | 2.71 | 2.60 | 2.51 | 2.45 | 2.39 | 2.35 | 2.31 | 2.28 | 2.25 | 2.22 | 2.20 | 2.18 | 2.17 | 2.15 | 2.14 | 2.12 | 2.08 | 2.04 | 1.99 | 1.97 | 1.95 | 1.92 | 1.91 | 1.84 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | 4.26 | 3.40 | 3.01 | 2.78 | 2.62 | 2.51 | 2.42 | 2.36 | 2.30 | 2.25 | 2.21 | 2.18 | 2.15 | 2.13 | 2.11 | 2.09 | 2.07 | 2.05 | 2.04 | 2.03 | 1.98 | 1.94 | 1.89 | 1.86 | 1.84 | 1.82 | 1.80 | 1.73 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 30 | 4.17 | 3.32 | 2.92 | 2.69 | 2.53 | 2.42 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.16 | 2.13 | 2.09 | 2.06 | 2.04 | 2.01 | 1.99 | 1.98 | 1.96 | 1.95 | 1.93 | 1.89 | 1.84 | 1.79 | 1.76 | 1.74 | 1.71 | 1.70 | 1.62 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 40 | 4.08 | 3.23 | 2.84 | 2.61 | 2.45 | 2.34 | 2.25 | 2.18 | 2.12 | 2.08 | 2.04 | 2.00 | 1.97 | 1.95 | 1.92 | 1.90 | 1.89 | 1.87 | 1.85 | 1.84 | 1.79 | 1.74 | 1.69 | 1.64 | 1.61 | 1.59 | 1.51 | 1.44 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 50 | 4.03 | 3.18 | 2.79 | 2.56 | 2.40 | 2.29 | 2.20 | 2.13 | 2.07 | 2.03 | 1.99 | 1.95 | 1.92 | 1.89 | 1.87 | 1.85 | 1.83 | 1.81 | 1.80 | 1.78 | 1.74 | 1.69 | 1.63 | 1.60 | 1.58 | 1.54 | 1.51 | 1.44 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 60 | 4.00 | 3.15 | 2.76 | 2.53 | 2.37 | 2.25 | 2.17 | 2.10 | 2.04 | 1.99 | 1.95 | 1.92 | 1.89 | 1.86 | 1.84 | 1.82 | 1.80 | 1.78 | 1.76 | 1.75 | 1.70 | 1.65 | 1.59 | 1.56 | 1.53 | 1.50 | 1.48 | 1.39 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 80 | 3.96 | 3.11 | 2.72 | 2.49 | 2.33 | 2.21 | 2.13 | 2.06 | 2.00 | 1.95 | 1.91 | 1.88 | 1.84 | 1.82 | 1.79 | 1.77 | 1.75 | 1.73 | 1.72 | 1.70 | 1.65 | 1.60 | 1.54 | 1.51 | 1.48 | 1.45 | 1.43 | 1.32 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 100 | 3.94 | 3.09 | 2.70 | 2.46 | 2.31 | 2.19 | 2.10 | 2.03 | 1.97 | 1.93 | 1.89 | 1.85 | 1.82 | 1.79 | 1.77 | 1.75 | 1.73 | 1.71 | 1.69 | 1.68 | 1.63 | 1.57 | 1.52 | 1.48 | 1.45 | 1.41 | 1.39 | 1.28 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ∞ | 3.84 | 3.00 | 2.60 | 2.37 | 2.21 | 2.10 | 2.01 | 1.94 | 1.88 | 1.83 | 1.79 | 1.75 | 1.72 | 1.69 | 1.67 | 1.64 | 1.62 | 1.60 | 1.59 | 1.57 | 1.52 | 1.46 | 1.39 | 1.35 | 1.32 | 1.27 | 1.24 | 1.00 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

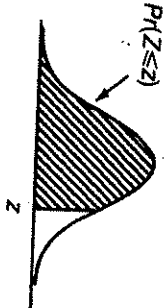
Tabell 2.2. F-värden vid enkelsidigt test på 1%-nivån

| $\frac{n}{2}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 24 | 30 | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 | | | | | | | | | | |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|--|
| 1 | 4050 | 5000 | 5400 | 5630 | 5760 | 5860 | 5930 | 5990 | 6020 | 6060 | 6080 | 6110 | 6130 | 6140 | 6160 | 6170 | 6180 | 6190 | 6200 | 6210 | 6220 | 6230 | 6240 | 6250 | 6260 | 6270 | 6280 | 6290 | 6300 | 6310 | 6320 | 6330 | 6340 | | | | |
| 2 | 96.5 | 99.0 | 99.2 | 99.3 | 99.3 | 99.3 | 99.3 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | 99.4 | | |
| 3 | 34.1 | 30.8 | 29.5 | 28.7 | 28.2 | 27.9 | 27.7 | 27.5 | 27.3 | 27.2 | 27.1 | 27.0 | 26.9 | 26.9 | 26.9 | 26.8 | 26.8 | 26.8 | 26.8 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | 26.7 | | |
| 4 | 21.2 | 18.0 | 16.7 | 16.0 | 15.5 | 15.2 | 15.0 | 14.8 | 14.7 | 14.6 | 14.5 | 14.4 | 14.3 | 14.2 | 14.2 | 14.1 | 14.1 | 14.1 | 14.0 | 14.0 | 13.9 | 13.9 | 13.7 | 13.7 | 13.7 | 13.6 | 13.6 | 13.5 | 13.5 | 13.5 | 13.5 | 13.5 | 13.5 | 13.5 | 13.5 | | |
| 5 | 16.3 | 13.3 | 12.1 | 11.4 | 11.0 | 10.7 | 10.5 | 10.3 | 10.2 | 10.1 | 9.96 | 9.89 | 9.82 | 9.77 | 9.72 | 9.68 | 9.64 | 9.61 | 9.58 | 9.55 | 9.47 | 9.38 | 9.29 | 9.24 | 9.20 | 9.16 | 9.13 | 9.02 | | | | | | | | | |
| 6 | 13.7 | 10.9 | 9.78 | 9.15 | 8.75 | 8.47 | 8.26 | 8.10 | 7.98 | 7.87 | 7.79 | 7.72 | 7.66 | 7.60 | 7.56 | 7.52 | 7.48 | 7.45 | 7.42 | 7.40 | 7.31 | 7.23 | 7.14 | 7.09 | 7.06 | 7.01 | 6.99 | 6.98 | | | | | | | | | |
| 7 | 12.2 | 9.55 | 8.45 | 7.85 | 7.46 | 7.19 | 6.99 | 6.84 | 6.72 | 6.62 | 6.54 | 6.47 | 6.41 | 6.36 | 6.31 | 6.27 | 6.24 | 6.21 | 6.18 | 6.16 | 6.07 | 5.99 | 5.91 | 5.86 | 5.82 | 5.78 | 5.75 | 5.65 | | | | | | | | | |
| 8 | 11.3 | 8.65 | 7.59 | 7.01 | 6.63 | 6.37 | 6.18 | 6.03 | 5.91 | 5.81 | 5.73 | 5.67 | 5.61 | 5.56 | 5.52 | 5.48 | 5.44 | 5.41 | 5.38 | 5.36 | 5.28 | 5.20 | 5.12 | 5.07 | 5.03 | 4.99 | 4.96 | 4.86 | | | | | | | | | |
| 9 | 10.6 | 8.02 | 6.99 | 6.42 | 6.06 | 5.80 | 5.61 | 5.47 | 5.35 | 5.26 | 5.18 | 5.11 | 5.05 | 5.00 | 4.96 | 4.92 | 4.89 | 4.86 | 4.83 | 4.81 | 4.73 | 4.65 | 4.57 | 4.52 | 4.48 | 4.44 | 4.31 | | | | | | | | | | |
| 10 | 10.0 | 7.56 | 6.55 | 5.99 | 5.64 | 5.39 | 5.20 | 5.06 | 4.94 | 4.85 | 4.77 | 4.71 | 4.65 | 4.60 | 4.56 | 4.52 | 4.49 | 4.46 | 4.43 | 4.41 | 4.33 | 4.25 | 4.17 | 4.12 | 4.08 | 4.04 | 3.91 | | | | | | | | | | |
| 11 | 9.65 | 7.21 | 6.22 | 5.67 | 5.32 | 5.07 | 4.89 | 4.74 | 4.63 | 4.54 | 4.46 | 4.40 | 4.34 | 4.29 | 4.25 | 4.21 | 4.18 | 4.15 | 4.12 | 4.10 | 4.02 | 3.94 | 3.86 | 3.81 | 3.78 | 3.73 | 3.71 | 3.60 | | | | | | | | | |
| 12 | 9.33 | 6.93 | 5.95 | 5.41 | 5.06 | 4.82 | 4.64 | 4.50 | 4.39 | 4.30 | 4.22 | 4.16 | 4.10 | 4.05 | 4.01 | 3.97 | 3.94 | 3.91 | 3.88 | 3.86 | 3.78 | 3.70 | 3.62 | 3.57 | 3.54 | 3.49 | 3.47 | 3.36 | | | | | | | | | |
| 13 | 9.07 | 6.70 | 5.74 | 5.21 | 4.86 | 4.62 | 4.44 | 4.30 | 4.19 | 4.10 | 4.02 | 3.96 | 3.91 | 3.86 | 3.82 | 3.78 | 3.75 | 3.72 | 3.69 | 3.66 | 3.59 | 3.51 | 3.43 | 3.38 | 3.34 | 3.30 | 3.27 | 3.17 | | | | | | | | | |
| 14 | 8.86 | 6.51 | 5.56 | 5.04 | 4.70 | 4.46 | 4.28 | 4.14 | 4.03 | 3.94 | 3.86 | 3.80 | 3.75 | 3.70 | 3.66 | 3.62 | 3.59 | 3.56 | 3.53 | 3.51 | 3.43 | 3.35 | 3.27 | 3.22 | 3.18 | 3.14 | 3.11 | 3.00 | | | | | | | | | |
| 15 | 8.68 | 6.36 | 5.42 | 4.90 | 4.56 | 4.32 | 4.14 | 4.00 | 3.89 | 3.80 | 3.73 | 3.67 | 3.61 | 3.56 | 3.52 | 3.49 | 3.45 | 3.42 | 3.40 | 3.37 | 3.29 | 3.21 | 3.13 | 3.08 | 3.05 | 3.00 | 2.98 | 2.87 | | | | | | | | | |
| 16 | 8.53 | 6.23 | 5.29 | 4.77 | 4.44 | 4.20 | 4.03 | 3.89 | 3.78 | 3.69 | 3.62 | 3.55 | 3.50 | 3.45 | 3.41 | 3.37 | 3.34 | 3.31 | 3.28 | 3.26 | 3.18 | 3.10 | 3.02 | 2.97 | 2.93 | 2.89 | 2.88 | 2.75 | | | | | | | | | |
| 17 | 8.40 | 6.11 | 5.18 | 4.67 | 4.34 | 4.10 | 3.93 | 3.79 | 3.68 | 3.59 | 3.52 | 3.46 | 3.40 | 3.35 | 3.31 | 3.27 | 3.24 | 3.21 | 3.18 | 3.16 | 3.08 | 3.00 | 2.92 | 2.87 | 2.83 | 2.79 | 2.76 | 2.65 | | | | | | | | | |
| 18 | 8.29 | 6.01 | 5.09 | 4.58 | 4.25 | 4.01 | 3.84 | 3.71 | 3.60 | 3.51 | 3.43 | 3.37 | 3.32 | 3.27 | 3.23 | 3.19 | 3.16 | 3.13 | 3.10 | 3.08 | 3.00 | 2.92 | 2.84 | 2.78 | 2.75 | 2.70 | 2.68 | 2.57 | | | | | | | | | |
| 19 | 8.18 | 5.93 | 5.01 | 4.50 | 4.17 | 3.94 | 3.77 | 3.63 | 3.52 | 3.43 | 3.36 | 3.30 | 3.24 | 3.19 | 3.15 | 3.12 | 3.08 | 3.05 | 3.03 | 3.00 | 2.92 | 2.84 | 2.76 | 2.71 | 2.67 | 2.63 | 2.60 | 2.49 | | | | | | | | | |
| 20 | 8.10 | 5.85 | 4.94 | 4.43 | 4.10 | 3.87 | 3.70 | 3.56 | 3.46 | 3.37 | 3.29 | 3.23 | 3.18 | 3.13 | 3.09 | 3.05 | 3.02 | 2.99 | 2.96 | 2.94 | 2.86 | 2.78 | 2.69 | 2.64 | 2.61 | 2.56 | 2.44 | | | | | | | | | | |
| 24 | 7.82 | 5.61 | 4.72 | 4.22 | 3.90 | 3.67 | 3.50 | 3.36 | 3.26 | 3.17 | 3.09 | 3.03 | 2.98 | 2.93 | 2.89 | 2.85 | 2.82 | 2.79 | 2.76 | 2.74 | 2.66 | 2.58 | 2.49 | 2.44 | 2.40 | 2.36 | 2.33 | 2.21 | | | | | | | | | |
| 30 | 7.56 | 5.39 | 4.51 | 4.02 | 3.70 | 3.47 | 3.30 | 3.17 | 3.07 | 2.98 | 2.91 | 2.84 | 2.79 | 2.74 | 2.70 | 2.66 | 2.63 | 2.60 | 2.57 | 2.55 | 2.47 | 2.39 | 2.30 | 2.25 | 2.21 | 2.16 | 2.13 | 2.01 | | | | | | | | | |
| 40 | 7.31 | 5.18 | 4.31 | 3.83 | 3.51 | 3.29 | 3.12 | 2.99 | 2.89 | 2.80 | 2.73 | 2.66 | 2.61 | 2.56 | 2.52 | 2.48 | 2.45 | 2.42 | 2.39 | 2.37 | 2.29 | 2.20 | 2.11 | 2.06 | 2.02 | 1.97 | 1.94 | 1.80 | | | | | | | | | |
| 50 | 7.17 | 5.06 | 4.20 | 3.72 | 3.41 | 3.19 | 3.02 | 2.89 | 2.79 | 2.70 | 2.63 | 2.56 | 2.51 | 2.46 | 2.42 | 2.38 | 2.35 | 2.32 | 2.29 | 2.27 | 2.18 | 2.10 | 2.01 | 1.96 | 1.91 | 1.86 | 1.82 | 1.68 | | | | | | | | | |
| 60 | 7.08 | 4.98 | 4.13 | 3.65 | 3.34 | 3.12 | 2.95 | 2.82 | 2.72 | 2.63 | 2.56 | 2.50 | 2.44 | 2.39 | 2.35 | 2.31 | 2.28 | 2.25 | 2.22 | 2.20 | 2.12 | 2.03 | 1.94 | 1.88 | 1.84 | 1.78 | 1.75 | 1.60 | | | | | | | | | |
| 80 | 6.96 | 4.88 | 4.04 | 3.56 | 3.26 | 3.04 | 2.87 | 2.74 | 2.64 | 2.55 | 2.48 | 2.42 | 2.36 | 2.31 | 2.27 | 2.23 | 2.20 | 2.17 | 2.14 | 2.12 | 2.03 | 1.94 | 1.85 | 1.79 | 1.75 | 1.69 | 1.66 | 1.49 | | | | | | | | | |
| 100 | 6.90 | 4.82 | 3.98 | 3.51 | 3.21 | 2.99 | 2.82 | 2.69 | 2.59 | 2.50 | 2.43 | 2.37 | 2.31 | 2.26 | 2.22 | 2.19 | 2.15 | 2.12 | 2.09 | 2.07 | 1.98 | 1.89 | 1.80 | 1.73 | 1.69 | 1.63 | 1.60 | 1.43 | | | | | | | | | |
| 100 | 6.63 | 4.61 | 3.78 | 3.32 | 3.02 | 2.80 | 2.64 | 2.51 | 2.41 | 2.32 | 2.25 | 2.18 | 2.13 | 2.08 | 2.04 | 2.00 | 1.97 | 1.93 | 1.90 | 1.86 | 1.79 | 1.70 | 1.61 | 1.52 | 1.47 | 1.40 | 1.36 | 1.00 | | | | | | | | | |

© Författarna och Studentlitteratur

Tabell 3a. Normalfördelningen

Om Z är en standardiserad normalfördelad variabel ger tabellen $Pr(Z \leq z)$.



| z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |

Kommentar:

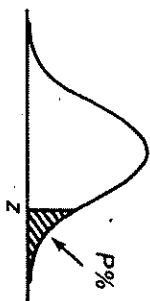
På grund av den standardiserade normalfördelningens symmetri kring punkten noll är sannolikheterna endast tabellerade för positiva z-värden.

| z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |
| 3,1 | 0,9990 | | | | | | | | | |
| 3,2 | 0,9993 | | | | | | | | | |
| 3,3 | 0,9995 | | | | | | | | | |
| 3,4 | 0,9997 | | | | | | | | | |
| 3,5 | 0,9998 | | | | | | | | | |
| 3,6 | 0,9998 | | | | | | | | | |
| 3,7 | 0,9999 | | | | | | | | | |

För större värden se tabell 3b.

Tabell 3b. Normalfördelningen

Det mot en given sannolikhet svarande z-värdet.



| P% | z | P% | z | P% | z | P% | z |
|----|--------|-----|--------|-----|--------|---------|--------|
| 50 | 0,0000 | 4,8 | 1,6646 | 2,4 | 1,9774 | 0,9 | 2,3656 |
| 45 | 0,1257 | 4,6 | 1,6849 | 2,3 | 1,9954 | 0,8 | 2,4089 |
| 40 | 0,2533 | 4,4 | 1,7060 | 2,2 | 2,0141 | 0,7 | 2,4573 |
| 35 | 0,3853 | 4,2 | 1,7279 | 2,1 | 2,0335 | 0,6 | 2,5121 |
| 30 | 0,5244 | 4,0 | 1,7507 | 2,0 | 2,0537 | 0,5 | 2,5758 |
| 25 | 0,6745 | 3,8 | 1,7744 | 1,9 | 2,0749 | 0,4 | 2,6521 |
| 20 | 0,8416 | 3,6 | 1,7991 | 1,8 | 2,0969 | 0,3 | 2,7478 |
| 15 | 1,0364 | 3,4 | 1,8250 | 1,7 | 2,1201 | 0,2 | 2,8782 |
| 12 | 1,1750 | 3,2 | 1,8522 | 1,6 | 2,1444 | 0,1 | 3,0902 |
| 10 | 1,2816 | 3,0 | 1,8808 | 1,5 | 2,1701 | 0,05 | 3,2905 |
| 9 | 1,3408 | 2,9 | 1,8957 | 1,4 | 2,1973 | 0,01 | 3,7190 |
| 8 | 1,4051 | 2,8 | 1,9110 | 1,3 | 2,2262 | 0,005 | 3,8906 |
| 7 | 1,4758 | 2,7 | 1,9268 | 1,2 | 2,2571 | 0,001 | 4,2649 |
| 6 | 1,5548 | 2,6 | 1,9431 | 1,1 | 2,2904 | 0,0005 | 4,4172 |
| 5 | 1,6449 | 2,5 | 1,9600 | 1,0 | 2,3263 | 0,00005 | 4,8916 |

(

(

(

(

732G71

STATISTIK B

SVARSBLANKETT

Namn: _____ Pers.nr. _____

Markera ditt svarsalternativ genom att ringa in det.

Endast ett svarsalternativ per deluppgift får markeras.

Kontrollera att du har markerat i alla deluppgifter du har besvarat!

- Uppgift 2*
- (a) (i) (ii) (iii) (iv) (v)
- (b) 1 β_1 : (-30.4, -13.8) β_2 : (-370.2, -164.2)
2 β_1 : (-23.3, -20.9) β_2 : (-281.8, -252.6)
3 β_1 : (-38.7, -5.5) β_2 : (-474.5, -59.9)
4 β_1 : (-370.2, -164.2) β_2 : (0.87, 1.92)
5 β_1 : (-27.9, -16.3) β_2 : (-287.6, -246.8)
6 β_1 : (-55.8, 11.6) β_2 : (-687.4, 153.0)
- (c) 1 $R^2 = 16.2\%$ $s = 772.2$
2 $R^2 = 13.9\%$ $s = 179.4$
3 $R^2 = 16.2\%$ $s = 113.9$
4 $R^2 = 2.5\%$ $s = 113.9$
5 $R^2 = 19.3\%$ $s = 40.2$
6 $R^2 = 13.9\%$ $s = 113.9$
- (d) 1 (576.3, 730.4)
2 (539.5, 767.3)
3 (650.4, 656.4)
4 (550.4, 756.3)
5 (620.4, 686.3)
6 (609.3, 697.4)
- (e) 1 Teststorhetens värde blir 113.2, Testet är ej signifikant.
2 Teststorhetens värde blir 56.6, Testet är signifikant.
3 Teststorhetens värde blir 4.8, Testet är ej signifikant.
4 Teststorhetens värde blir 89.7, Testet är signifikant.
5 Teststorhetens värde blir -10.06, Testet är ej signifikant.
6 Teststorhetens värde blir -10.06, Testet är signifikant.
- (f) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)
- (g) (i) (ii) (iii) (iv) (v)

v g v

Namn: _____ Pers.nr. _____

Uppgift 3

| | | | |
|---|-----------------|-----------------|----------------|
| 1 | Månad 1: 92.4, | Månad 2: 89.3, | Månad 3: 100.0 |
| 2 | Månad 1: 100.0, | Månad 2: 96.6, | Månad 3: 108.2 |
| 3 | Månad 1: 100.0, | Månad 2: 105.4, | Månad 3: 94.8 |
| 4 | Månad 1: 105.5, | Månad 2: 111.1, | Månad 3: 100.0 |
| 5 | Månad 1: 107.8, | Månad 2: 109.2, | Månad 3: 100.0 |

Uppgift 4 (a)

| | |
|---|-------|
| 1 | 1.3% |
| 2 | -1.9% |
| 3 | 1.0% |
| 4 | 3.1% |
| 5 | 5.0% |
| 6 | 0.58% |

(b)

| | |
|---|----------------|
| 1 | (2.3%, 3.9%) |
| 2 | (1.02%, 1.04%) |
| 3 | (0.7%, 1.9%) |
| 4 | (1.0%, 1.1%) |
| 5 | (-0.5%, 3.2%) |
| 6 | (-1.2%, 7.6%) |

Uppgift 5 (a) (i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

(b)

| | |
|---|-------|
| 1 | 7.483 |
| 2 | 6.468 |
| 3 | 6.486 |
| 4 | 6.702 |
| 5 | 6.684 |
| 6 | 6.504 |