



Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-04-12
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och ringa in vilken sal som avses	TER2
Tid	8-12
Kurskod	732G60
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning Provnamn/benämning	Statistiska metoder Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	4
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Lotta Hallberg
Telefon under skrivtiden	
Besöker salen ca kl.	9,45
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Carita Lilja
Tillåtna hjälpmedel	Med skrivningen häftad formelsamling. Räknedosa.
Övrigt	G=12, VG=16
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	
Antal exemplar i påsen	12

Tentamen i Statistiska metoder 2010-04-12

Skrivtid: 8-12

Hjälpmedel: Med skrivningen häftad formelsamling. Räknedosa.

Jourhavande lärare: Lotta Hallberg

Redovisa och motivera kort alla dina lösningar

1

På ett företag har man sammanställt antalet frånvarodagar (en viss månad) som ett stickprov av 650 anställda har. Anta att antalet anställda är mycket stort.

Antal frånvarodagar x	1	2	3	4	7	10	14	30	Antal tillfrågade
Frekvens f	52	40	24	5	5	1	1	3	650

Övriga i stickprovet hade förstås inga frånvarodagar.

- a) Bestäm typvärde, median samt medelvärde. 2p
- b) Bestäm variationsvidden, kvartilavståndet samt standardavvikelsen. 2p
- c) Beräkna ett 95% konfidensintervall för andelen anställda i företaget som inte har någon frånvarodag en månad. 2p

2

På ett företag ville man undersöka hur stor andel av de anställda som kände att deras närmaste chef lyssnade på dem. Man valde slumpmässigt ut 201 anställda. Av 88 män svarade 63 ja och bland de 113 kvinnorna svarad 71 ja.

- a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för skillnaden mellan andelen män och kvinnor vars chefer lyssnar på dem. Vilken slutsats kan du dra av resultatet. 3p
- b) Bland de 201 anställda man frågade, bad man dem betygsätta kvaliteten på kaffet som ingår som en löneförmån. Betyg 1 är uselt upp till betyg 5 som är utmärkt. Låt μ beteckna alla anställdas medelbetyg.

Resultat:

Variable	N	Mean	Median	TrMean	StDev	SE Mean
betyg	201	2.7711	2.0000	2.7459	1.1608	0.081

Pröva hypoteserna på nivån 1%

$$H_0: \mu = 3 \quad \text{mot} \quad H_1: \mu < 3$$

genom att jämföra med normalfördelningens tabellvärde.

3p

3

En kommun kan naturligt delas in i tre delområden: Stora tätorten, de mindre tätorterna och landsbygd. Vid en intervju bland 100 personer från varje delområde frågade man om de sympatiserade med socialdemokraterna. Svaren blev enligt tabellen.

	Stor tätort	De små tätorterna	Landsbygden
Andel som symp. med S	37%	42%	47%
Antal intervjuade	100	100	100

Pröva på 5% signifikansnivå (risknivå) om det finns skillnad i andel som sympatiserar med socialdemokraterna vad gäller delområde. 3p
(Siffrorna är helt fiktiva)

4

Tabellen nedan visar för åren 1996-2000 hushållens totala konsumtionsutgifter (i 1000 miljoner kronor) i Sverige och medelbefolkningen (i 1000-tal).

År	1996	1997	1998	1999	2000
Konsumtion	859	896	929	972	1051
Folkmängd	8841	8846	8851	8858	8872
KPI	256.0	257.3	257.0	258.1	260.7

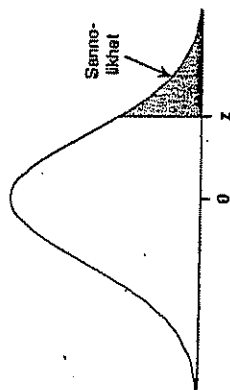
- Beskriv utvecklingen av den totala konsumtionen i form av en indexserie med 1996 som basår. 1p
- Räkna om konsumtionen till fast penningvärde för år 2000. 2p
- Beskriv med en indexserie hur konsumtionen per capita i fast penningvärde har utvecklats. Basår 1996. 2p

Tabell 1 Normalfördelningen

Tabellen ger sannolikheten att en standardiserad normalfördelad variabel är större än ett visst värde z.

Exempel: Sannolikheten att få ett värde större än 1,23 är 10,9%.

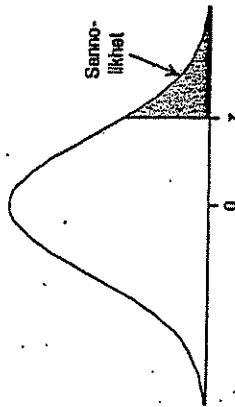
Den standardiserade normalfördelningen är symmetrisk kring punkten noll. Därför ges sannolikheterna endast för positiva z-värden.



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	50,0	49,6	49,2	48,8	48,4	48,0	47,6	47,2	46,8	46,4
0,1	46,0	45,6	45,2	44,8	44,4	44,0	43,6	43,3	42,9	42,5
0,2	42,1	41,7	41,3	40,9	40,5	40,1	39,7	39,4	39,0	38,6
0,3	38,2	37,8	37,4	37,1	36,7	36,3	35,9	35,6	35,2	34,8
0,4	34,5	34,1	33,7	33,4	33,0	32,6	32,3	31,9	31,6	31,2
0,5	30,9	30,5	30,2	29,8	29,5	29,1	28,8	28,4	28,1	27,8
0,6	27,4	27,1	26,8	26,4	26,1	25,8	25,5	25,1	24,8	24,5
0,7	24,2	23,9	23,6	23,3	23,0	22,7	22,4	22,1	21,8	21,5
0,8	21,2	20,9	20,6	20,3	20,0	19,8	19,5	19,2	18,9	18,7
0,9	18,4	18,1	17,9	17,6	17,4	17,1	16,9	16,6	16,4	16,1
1,0	15,9	15,6	15,4	15,2	14,9	14,7	14,5	14,2	14,0	13,8
1,1	13,6	13,3	13,1	12,9	12,7	12,5	12,3	12,1	11,9	11,7
1,2	11,5	11,3	11,1	10,9	10,7	10,6	10,4	10,2	10,0	9,9
1,3	9,7	9,5	9,3	9,2	9,0	8,9	8,7	8,5	8,4	8,2
1,4	8,1	7,9	7,8	7,6	7,5	7,4	7,2	7,1	6,9	6,8
1,5	6,7	6,6	6,4	6,3	6,2	6,1	5,9	5,8	5,7	5,6
1,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	4,9	4,8	4,7	4,6	4,6
1,7	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	4,0	3,9	3,8	3,8	3,7
1,8	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,2	3,1	3,1	3,0	2,9
1,9	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3
2,0	2,3	2,2	2,2	2,1	2,1	2,0	2,0	1,9	1,9	1,8
2,1	1,8	1,7	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4
2,2	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1
2,3	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8
2,4	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6

Tabell 2 Normalfördelningen

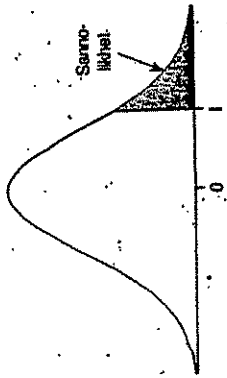
Kritiska värden. z-värden för vissa sannolikheter.



Sannolikhet	z	Sannolikhet	z	Sannolikhet	z
50%	0,00	9%	1,34	2,5%	1,96
40%	0,25	8%	1,41	1,0%	2,33
30%	0,52	7%	1,48	0,5%	2,58
20%	0,84	6%	1,55	0,1%	3,09
10%	1,28	5%	1,64	0,05%	3,29

Tabell 3 t-fördelningen

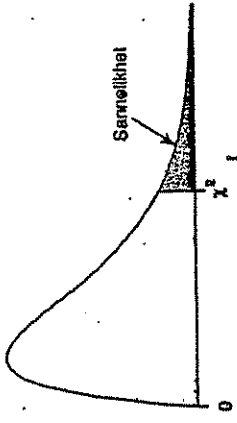
Kritiska värden. t-värden för vissa sannolikheter.



fg	Sannolikhet					
	5%	2,5%	1%	0,5%	0,1%	0,05%
5	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,16	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

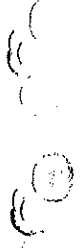
Tabell 4 χ^2 -fördelningen

Kritiska värden. χ^2 -värden för vissa sannolikheter.



fg	Sannolikhet			
	5%	1%	0,1%	0,05%
1	3,84	6,63	10,83	10,83
2	5,99	9,21	13,82	13,82
3	7,81	11,34	16,27	16,27
4	9,49	13,28	18,47	18,47
5	11,07	15,09	20,52	20,52
6	12,59	16,81	22,46	22,46
7	14,07	18,48	24,32	24,32
8	15,51	20,09	26,12	26,12
9	16,92	21,67	27,88	27,88
10	18,31	23,21	29,59	29,59
11	19,68	24,72	31,26	31,26
12	21,03	26,22	32,91	32,91
13	22,36	27,69	34,53	34,53
14	23,68	29,14	36,12	36,12
15	25,00	30,58	37,70	37,70
16	26,30	32,00	39,25	39,25
17	27,59	33,41	40,79	40,79
18	28,87	34,81	42,31	42,31
19	30,14	36,19	43,82	43,82
20	31,41	37,57	45,31	45,31
21	32,67	38,93	46,80	46,80
22	33,92	40,29	48,27	48,27
23	35,17	41,64	49,73	49,73
24	36,42	42,98	51,18	51,18
25	37,65	44,31	52,62	52,62

fg.	Sannolikhet		
	5%	1%	0,1%
26	38,89	45,64	54,05
27	40,11	46,96	55,48
28	41,34	48,28	56,89
29	42,56	49,59	58,30
30	43,77	50,89	59,70
31	44,99	52,19	61,10
32	46,19	53,49	62,49
33	47,40	54,78	63,87
34	48,60	56,06	65,25
35	49,80	57,34	66,62
36	51,00	58,62	67,99
37	52,19	59,89	69,35
38	53,38	61,16	70,71
39	54,57	62,43	72,06
40	55,76	63,69	73,41
41	56,94	64,95	74,75
42	58,12	66,21	76,09
43	59,30	67,46	77,41
44	60,48	68,71	78,75
45	61,66	69,96	80,08
46	62,83	71,20	81,39
47	64,00	72,44	82,72
48	65,17	73,68	84,03
49	66,34	74,92	85,35
50	67,50	76,15	86,66



Beskrivande statistik

Medelvärde

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum f \cdot x}{n}$$

Standardavvikelsen

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}} \quad s = \sqrt{\frac{\sum f \cdot x^2 - \frac{(\sum f \cdot x)^2}{n}}{n-1}}$$

Regressionslinjen

$$y = a + b \cdot x$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} \quad b = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

Korrelationskoefficienten

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) \left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}}$$

Residualspridningen

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{(n-1) \cdot s_y^2 \cdot (1-r^2)}{n-2}}$$

Konfiansintervall

Ett stickprov, populationens andel

$$p \pm z \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

(stickprovets storlek, d är intervallets bredd)

$$n = z^2 \cdot \frac{p(1-p)}{(d/2)^2}$$

Ett stickprov, populationens medelvärde

$$\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (\text{stort stickprov})$$

(normalfördelad variabel, $n - 1$ frihetsgrader)

$$\bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$n = z^2 \cdot \frac{s^2}{(d/2)^2}$$

TVå oberoende stickprov, skillnader mellan andelar

$$(p_1 - p_2) \pm z \cdot \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

TVå oberoende stickprov, skillnader mellan medelvärden

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z \cdot \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t \cdot \sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \quad \text{där}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (n_1 + n_2 - 2 \text{ frihetsgrader})$$

Hypotesprövning, testfunktioner

Ett stickprov, populationens andel

$$z = \frac{p - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

Ett stickprov, populationens medelvärde

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

TVå oberoende stickprov, skillnader mellan andelar

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

(p är andelen i det sammanslagna stickprovet)

TVå oberoende stickprov, skillnader mellan medelvärden

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$
$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

χ^2 -metoden

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$