

## Tentamen i Grundläggande tidsserieanalys 7.5 hp

---

Skrivtid: kl 14-18  
Hjälpmedel: Räknedosa. Ett handskrivet A4 blad med egna anteckningar (båda sidor).  
Jourlärare: Mattias Villani (013-281446). Besöker salen ca kl 15.30 och 17.00.  
Betyg: för G krävs minst 12 av 20 poäng  
för VG krävs minst 16 av 20 poäng

Redovisa och motivera kort alla dina lösningar  
Tolka (om möjligt) alla dina resultat!

---

1. SMHI har mätt upp medeltemperaturen per månad i Malmsslätt under perioden Jan 2013-Dec 2018. Tidserien är plottad i Figur 1. Tabell 1 ger en Minitab-utskrift för en regression med medeltemperatur som responsvariabel. Variabeln tid ( $\text{tid} = 1$  för Jan 2013) och dummyvariabler för månaderna används som förklarande variabler. Vissa värden i tabellen har tagits bort.
  - (a) Testa om regressionen som helhet är signifikant på 5% signifikansnivå. Ställ upp hypoteser och utför test. (2p)
  - (b) Är tid en signifikant förklarande variabel på 5% signifikansnivå? Ställ upp hypoteser och utför lämpligt test. (2p)
  - (c) Tolka regressionskoefficienten för november månad. (1p)
  - (d) Nämn åtminstone två av de antaganden som ligger till grund för linjär regression. (1p)
  - (e) Är residualerna autokorrelerade? (1p)
  - (f) Tolka regressionens  $R^2$ -värde. (1p)
  - (g) Gör en prognos med 95%-iga prognosintervall för temperaturen i januari 2019. Distance value = 0.2767. (2p)

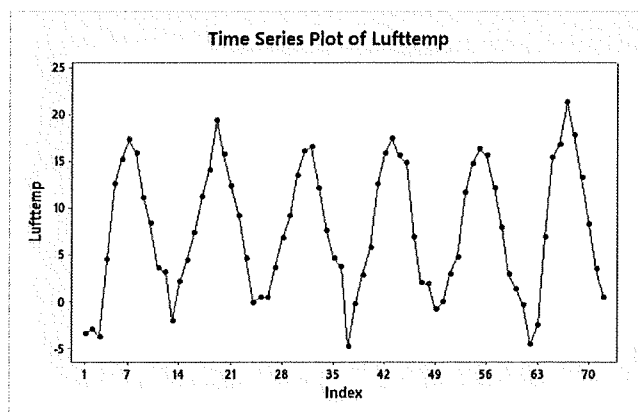


Figure 1: Tidseriediagram över medeltemperatur per månad i Malmsslätt under perioden Jan 2013-Dec 2018.

# Regression Analysis: Lufttemp versus tid; månad

## Method

Categorical predictor coding (1; 0)

## Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	12	3235,18	269,599		0,000
tid	1	2,13	2,130	0,65	0,425
månad	11	3215,67	292,334	88,54	0,000
Error	59	194,80	3,302		
Total	71	3429,99			

## Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
1,81708	94,32%	93,17%	91,47%

## Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	1,331	0,862	1,54	0,128	
tid	0,0084	0,0104			1,03
månad					
jan	-3,49	1,06	-3,31	0,002	1,86
feb	-2,52	1,05	-2,39	0,020	1,85
mar	-0,42	1,05	-0,40	0,688	1,85
apr	4,33	1,05	4,12	0,000	1,84
maj	10,44	1,05	9,93	0,000	1,84
jun	13,33	1,05	12,69	0,000	1,84
jul	16,33	1,05	15,54	0,000	1,84
aug	14,52	1,05	13,83	0,000	1,84
sep	10,94	1,05	10,43	0,000	1,83
okt	6,30	1,05	6,00	0,000	1,83
nov	1,81	1,05	1,72	0,090	1,83

## Regression Equation

$$\begin{aligned} \text{Lufttemp} = & 1,331 + 0,0084 \text{ tid} - 3,49 \text{ månad\_jan} - 2,52 \text{ månad\_feb} - 0,42 \text{ månad\_mar} \\ & + 4,33 \text{ månad\_apr} + 10,44 \text{ månad\_maj} + 13,33 \text{ månad\_jun} + 16,33 \text{ månad\_jul} \\ & + 14,52 \text{ månad\_aug} + 10,94 \text{ månad\_sep} + 6,30 \text{ månad\_okt} + 1,81 \text{ månad\_nov} \\ & + 0,0 \text{ månad\_dec} \end{aligned}$$

## Durbin-Watson Statistic

Durbin-Watson Statistic = 1,39514

Table 1: Minitab-utskrift regressionsanalys för medeltemperatur i Malmslätt Jan 2013-Dec 2018.

C1	C2	C3
Antal sålda datorer	LEVEL	TREND
271	296,760	5,0951
303	302,084	5,1409
310	307,780	5,2520
354	321,225	6,8907
389	340,293	9,3260
361	351,895	9,7813
388	366,941	10,8342
441	390,420	13,3632
346	392,227	11,0519
356	393,823	*
386	*	*

Table 2: Minitab-utskrift av antalet sålda datorer och utjämnad nivå (LEVEL) och trend (TREND) från Holts metod med  $\alpha = \gamma = 0.2$ .

2. Figur 2 visar en tidsserie över antal sålda datorer per år för ett visst företag och enkla exponentiella utjämnningar med fyra olika utjämningskonstanter,  $\alpha$ .
  - (a) Förklara hur valet av  $\alpha$  påverkar den utjämnade serien. Vilket värde på  $\alpha$  föredrar du? Motivera. (2p)
  - (b) Tabell 2 ger tidsserien, utjämnad nivå och utjämnad trend för Holts metod (dubbel exponentiell utjämnning) med  $\alpha = \gamma = 0.2$ . Beräkna de saknade värdena i tabellen som är markerade med \*. (2p)
  - (c) Använd Holts metod med  $\alpha = \gamma = 0.2$  för att göra en prognos för de kommande två årens försäljning. (1p)

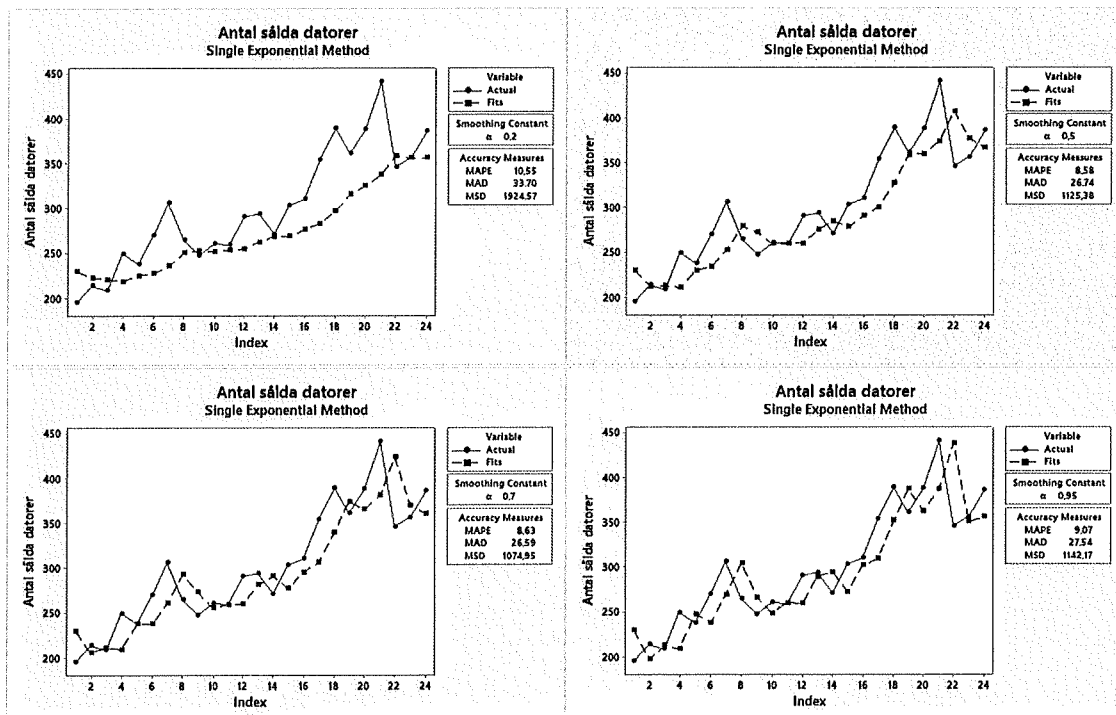


Figure 2: Enkel exponentiell utjämnning av antalet sålda datorer för fyra olika utjämningskonstanter,  $\alpha$ .

3. Figur 3 visar en tidsserie över 100 år.

- (a) Vilka tre egenskaper ska en stationär tidsserie uppfylla? Finns det några tecken att någon av dessa inte gäller för tidsserien i Figur 3. (1p)
- (b) Figur 4 visar SAC och SPAC för tidsserien och Figur 5 ger utskrifter från fyra ARIMA modeller. Vilken modell skulle du föredra? Motivera! (3p)
- (c) Gör en prognos för de två kommande åren med ARIMA(1,0,0) modellen. De senaste värden på tidserien är 0.48 (observation 99) och 0.35 (observation 100). (1p)

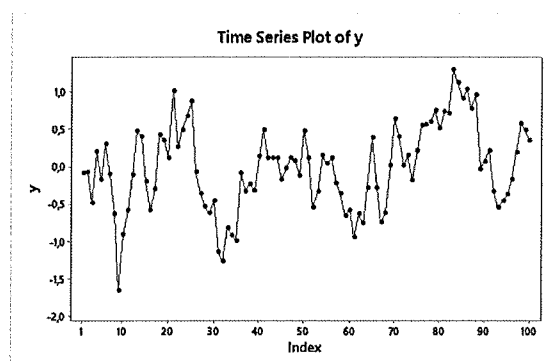


Figure 3: Tidsserie för uppgift 3.

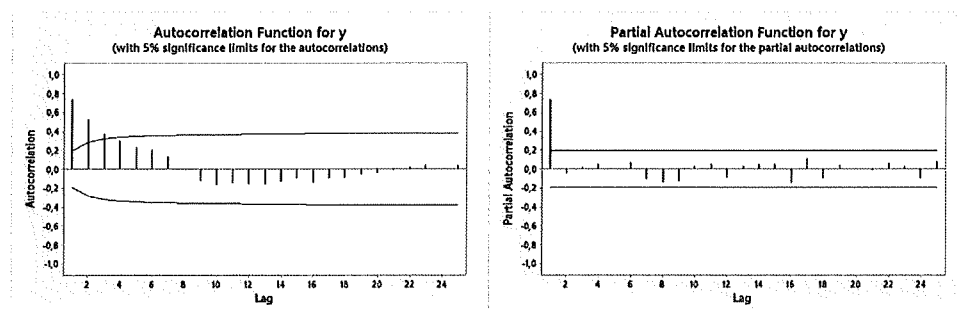


Figure 4: SAC och SPAC för tidsserien i uppgift 3.

### Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
AR 1	0,7411	0,0681	10,88	0,000
Constant	-0,0031	0,0384	-0,08	0,936
Mean	-0,012	0,148		

Number of observations: 100

### Residual Sums of Squares

DF	SS	MS
98	14,4156	0,147098

*Back forecasts excluded*

### Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square Statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	8,42	17,58	30,34	42,14
DF	10	22	34	46
P-Value	0,588	0,730	0,648	0,635

### Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
MA 1	-0,5984	0,0808	-7,40	0,000
Constant	-0,0203	0,0701	-0,29	0,772
Mean	-0,0203	0,0701		

Number of observations: 100

### Residual Sums of Squares

DF	SS	MS
98	18,8900	0,192756

*Back forecasts excluded*

### Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square Statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	50,59	62,28	71,31	86,05
DF	10	22	34	46
P-Value	0,000	0,000	0,000	0,000

### Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
AR 1	0,7124	0,0967	7,37	0,000
MA 1	-0,063	0,137	-0,46	0,646
Constant	-0,0037	0,0410	-0,09	0,927
Mean	-0,013	0,142		

Number of observations: 100

### Residual Sums of Squares

DF	SS	MS
97	14,3852	0,148302

*Back forecasts excluded*

### Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square Statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	7,66	17,73	30,60	42,20
DF	9	21	33	45
P-Value	0,569	0,666	0,587	0,591

### Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
AR 1	1,10	3,79	0,29	0,772
AR 2	-0,26	2,74	-0,10	0,923
MA 1	0,33	3,79	0,09	0,931
MA 2	0,052	0,225	0,23	0,818
Constant	-0,0020	0,0240	-0,08	0,934
Mean	-0,012	0,150		

Number of observations: 100

### Residual Sums of Squares

DF	SS	MS
95	14,3762	0,151329

*Back forecasts excluded*

### Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square Statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	7,67	17,73	30,19	41,44
DF	7	19	31	43
P-Value	0,363	0,540	0,507	0,539

Figure 5: ARIMA-utskriften för Uppgift 3.

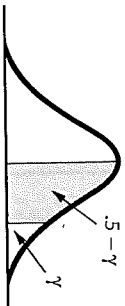


TABLE A1 A Table of Areas under the Standard Normal Curve

$z_{\alpha}$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4979	.4979	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Source: A. Hald, *Statistical Tables and Formulas* (New York: Wiley, 1952), abridged from Table 1. Reproduced by permission of the publisher.

TABLE A2 A t-Table: Values of  $t_{\alpha}^{(df)}$

df	$t_{.10}^{(df)}$	$t_{.05}^{(df)}$	$t_{.025}^{(df)}$
1	3.078	6.314	12.706
2	1.886	2.920	4.303
3	1.638	2.353	3.182
4	1.533	2.132	2.776
5	1.476	2.015	2.571
6	1.440	1.943	2.447
7	1.415	1.895	2.365
8	1.397	1.860	2.306
9	1.383	1.833	2.262
10	1.372	1.812	2.228
11	1.363	1.796	2.201
12	1.356	1.782	2.179
13	1.350	1.771	2.160
14	1.345	1.761	2.145
15	1.341	1.753	2.131
16	1.337	1.746	2.120
17	1.333	1.740	2.110
18	1.330	1.734	2.101
19	1.328	1.729	2.093
20	1.325	1.725	2.086
21	1.323	1.721	2.080
22	1.321	1.717	2.074
23	1.319	1.714	2.069
24	1.318	1.711	2.064
25	1.316	1.708	2.060
26	1.315	1.706	2.056
27	1.314	1.703	2.052
28	1.313	1.701	2.048
29	1.311	1.699	2.045
inf.	1.282	1.645	1.960

Source: From "Table of Percentage Points of the  $t$ -Distribution," *Biometrika* 32 (1941), 500. Reproduced by permission of the publisher.

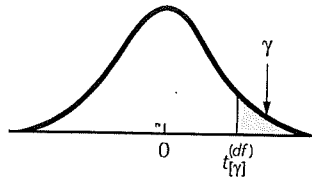


TABLE A2 A t-Table: Values of  $t_{(df)}^{(\gamma)}$

<i>df</i>	$t_{[.10]}^{(df)}$	$t_{[.05]}^{(df)}$	$t_{[.025]}^{(df)}$	$t_{[.01]}^{(df)}$	$t_{[.005]}^{(df)}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
inf.	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Source: From "Table of Percentage Points of the *t*-Distribution," by Maxine Merrington, *Biometrika* 32 (1941), 300. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.

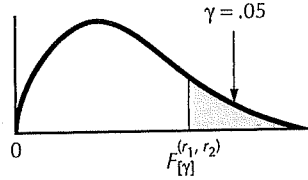


TABLE A3 An F-Table: Values of  $F_{[.05]}$

Denominator Degrees of Freedom, $r_2$	Numerator Degrees of Freedom, $r_1$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	

Source: From "Tables of Percentage Points of the Inverted Beta ( $F$ )-Distribution," by Maxine Merrington and Catherine M. Thompson, *Biometrika* 33 (1943), 73-88. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.



9	Denominator Degrees of Freedom,	Numerator Degrees of Freedom, $r_1$									
	$r_2$	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
10.5	1	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
19.38	2	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
8.81	3	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
6.00	4	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
4.77	5	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
4.10	6	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
3.68	7	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
3.39	8	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
3.18	9	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
3.02	10	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
2.90	11	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
2.80	12	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
2.71	13	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
2.65	14	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
2.59	15	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
2.54	16	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
2.49	17	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
2.46	18	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
2.42	19	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
2.39	20	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
2.37	21	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
2.34	22	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
2.32	23	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
2.30	24	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
2.28	25	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
2.27	26	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
2.25	27	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
2.24	28	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
2.22	29	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
2.21	30	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
2.12	40	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
2.04	60	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
1.96	120	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
1.88	$\infty$	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

ic M.