



# Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet



<b>Datum för tentamen</b>	2015-06-05
<b>Sal (2)</b>	TER1 <b>TERE</b>
<b>Tid</b>	8-12
<b>Kurskod</b>	732G25
<b>Provkod</b>	TENT
<b>Kursnamn/benämning</b> <b>Provnamn/benämning</b>	Statistisk analys av samhällsdata Tentamen
<b>Institution</b>	IDA
<b>Antal uppgifter som ingår i tentamen</b>	3
<b>Jour/Kursansvarig</b> Ange vem som besöker salen	Lotta Hallberg
<b>Telefon under skrivtiden</b>	013-281657
<b>Besöker salen ca klockan</b>	10
<b>Kursadministratör/kontaktperson</b> (namn + tfnr + mailaddress)	Annelie Almquist
<b>Tillåtna hjälpmedel</b>	Räknedosa. Ett handskrivet A4 blad med egna anteckningar (båda sidor).
<b>Övrigt</b>	
<b>Antal exemplar i påsen</b>	

# TENTAMEN I STATISTISK ANALYS AV SAMHÄLLSDATA, 2015-06-05

**Skrivtid:** kl: 8-12  
**Hjälpmedel:** Räknedosa. Ett handskrivet A4 blad med egna anteckningar (båda sidor).  
**Jourhavande lärare:** Lotta Hallberg  
**Betyg:** För godkänt krävs minst 12 av 20 poäng och för väl godkänt krävs minst 16 av 20 poäng.  
**Redovisa och motivera kort alla dina lösningar**

Tolka (om möjligt) alla dina resultat!

## 1

I en affär säljs herrkläder och damkläder. Under de tre senaste åren har försäljningen (100 000-tals kr) sett ut som nedan:

År	Herr	Dam
2012	1.2	2.3
2013	1.3	2.6
2014	1.5	3.1

Prisutvecklingen för klädesplagget "Herrjeans" samt klädesplagget "Klänning" har under samma period sett ut som följer:

År	Herrjeans		Klänning	
	Sålt antal	Pris	Sålt antal	Pris
2012	450	300	75	590
2013	510	350	83	620
2014	480	375	92	650

a) Beräkna ett sammansatt kedjeindex med årslänkar av Laspeyre-typ, som beskriver affärens prisutveckling under de tre åren, med basår 2012. Använd "Herrjeans" och "Klänning" som representantvaror. 3p

b) Hur stor har affärens prisutveckling (i procent) varit mellan 2012 och 2014? 1p

## 2

Följande data är hämtad från SCBs hemsida.

Jordbrukarhushållens inkomster efter brukarens ålder och inkomstslag. År 2000 – 2008

Inkomst av tjänst inklusive pension

Variablerna är:

Variable	N	Minimum	Maximum
Jordbrukarhushållens ink	36	166980	337710
år	36	2000,0	2008,0
ålder_30-39 år	36	0,0000	1,0000
ålder_40-49 år	36	0,0000	1,0000
ålder_50-64 år	36	0,0000	1,0000
ålder_65+ år	36	0,0000	1,0000

De fyra sista variablerna är indikatorvariabler för åldersgrupperna.

Dessa data har använts till några analyser nedan. Ta hjälp av utskrifterna nedan och lös följande uppgifter:

- En regressionsekvation har anpassats. Testa om regressionen är signifikant genom att använda ett test. Var noga med att sätta upp hypoteser. 1% signifikansnivå. 2p
- Testa om tiden (år) har signifikant betydelse för jordbrukarhushållens inkomster. Ange även hypoteserna. 5% signifikansnivå. 1p
- Tolka regressionskoefficienten framför variabeln 'ålder\_30-39 år'. 1p
- Tolka förklaringsvariabeln. 1p
- Hur stor är den skattade autokorrelationen vid lag 1 för residualerna? 1p
- Beräkna Box-Pierce statistikan upp till lag 9. Till vilket test används denna statistika? Sätt upp hypoteserna och utför testet. 5% signifikansnivå. 2p
- Beräkna en prognos för Jordbrukarhushållens inkomster för år 2009 i åldersgruppen 40 till 49 år. 1p

#### Regression Equation

$$\text{Jordbrukarhushållens inkomster} = -23277559 + 11723 \text{ år} + 41936 \text{ ålder}_{30-39} \text{ år} + 71487 \text{ ålder}_{40-49} \text{ år} + 77077 \text{ ålder}_{50-64} \text{ år}$$

#### Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value
Constant	-23277559	566082	-41,12
år	11723	282	41,50
ålder_30-39 år	41936	2063	20,33
ålder_40-49 år	71487	2063	34,65
ålder_50-64 år	77077	2063	37,36

#### Analysis of Variance

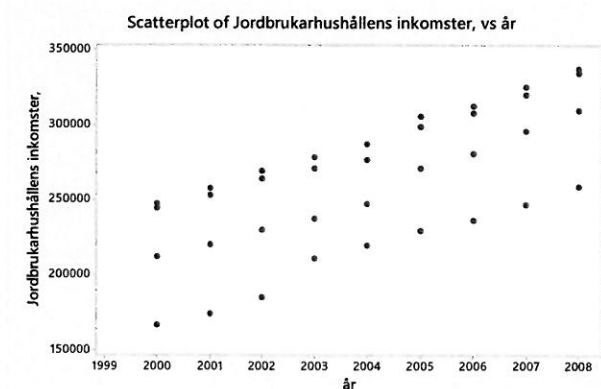
Source	DF	SS	MS
Regression	4	66616424726	16654106182
Error	31	593653441	19150111
Total	35	67210078167	

#### Model Summary

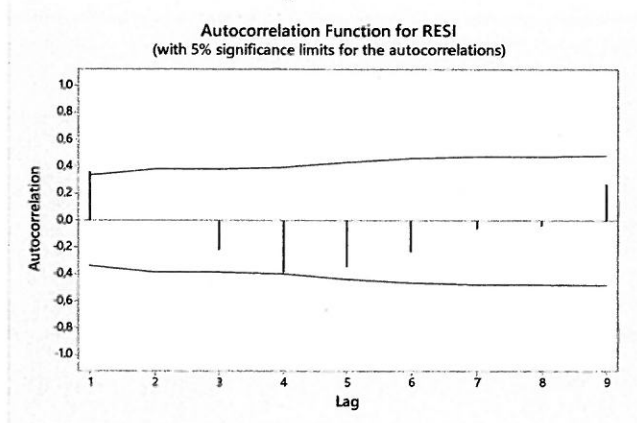
S 4376,08 R-sq 99,12% R-sq(adj) 99,00%

Durbin-Watson Statistic = 1,24565

Nedan ges en plot över data



RESI=Residualer från regressionskvationen ovan



Autocorrelation Function: RESI

Lag	ACF	T	LBQ
1	0,365299	2,19	5,22
2	-0,004570	-0,02	5,22
3	-0,216180	-1,15	7,15
4	-0,379365	-1,95	13,31
5	-0,341491	-1,60	18,45
6	-0,227338	-0,99	20,81
7	-0,058995	-0,25	20,97
8	-0,039636	-0,17	21,05
9	0,269015	1,14	24,72

### 3

Följande data är hämtad från SCBs hemsida.

Genomsnittlig månadslön, lön i fasta priser och lönespridning efter yrkesgrupp (SSYK 96) och kön. År 1996 – 2013

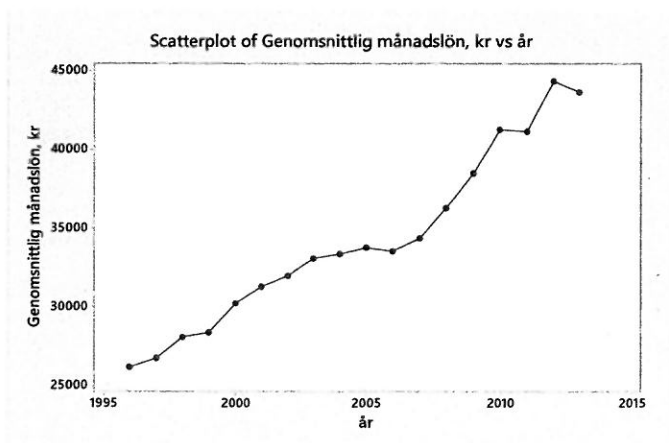
Yrkesgrupp 'Matematiker Statistiker'

Nedan finner du en tidsseriegraf samt en anpassad modell.

$y_t$ =genomsnittlig månadslön,  $z_t$ =differentierad serie (stationär serie)

Ta hjälp av utskrifterna nedan och lös följande uppgifter:

- Uttryck modellen som ARIMA(p,d,q) 1p
- Skriv upp hur den skattade stationära modellen ser ut. Dvs  $z_t = \dots$  1p
- Testa om de tre parameterskattningarna är signifikant skilda från 0. 5% signifikansnivå. 2p
- Beräkna prognos för  $y_{2014}$  och  $y_{2015}$ . 3p



Final Estimates of Parameters

Type		Coef	SE Coef	T
AR	1	-0,9996	0,3031	-3,30
MA	1	-0,6146	0,3847	-1,60
Constant		2169,0	404,4	5,36

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 18, after differencing 17

Residuals: SS = 14733473 (backforecasts excluded)

MS = 1052391 DF = 14

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	9,5	*	*	*
DF	9	*	*	*
P-Value	0,396	*	*	*

Data för de sista fyra åren:

År=t	$y_t$	$z_t$	residualer
2010	41300	2800	2010,63
2011	41200	-100	-706,02
2012	44400	3200	1364,97
2013	43700	-700	-509,35

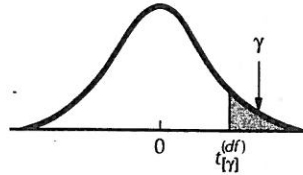


TABLE A2 A t-Table: Values of  $t_{(t)}^{(df)}$

df	$t_{[.10]}^{(df)}$	$t_{[.05]}^{(df)}$	$t_{[.025]}^{(df)}$	$t_{[.01]}^{(df)}$	$t_{[.005]}^{(df)}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
inf.	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Source: From "Table of Percentage Points of the t-Distribution," by Maxine Merrington, *Biometrika* 32 (1941), 300. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.



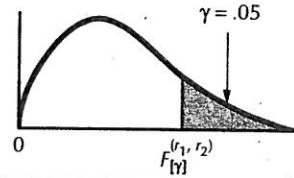


TABLE A3 An F-Table: Values of  $F_{\gamma}$

Denominator Degrees of Freedom, $r_2$	Numerator Degrees of Freedom, $r_1$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.3
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.8
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.0
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.7
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.1
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.6
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.3
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.1
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.0
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.9
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.8
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.7
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.6
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.5
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.5
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.4
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.4
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.4
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.3
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.3
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.3
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.3
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.3
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.2
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.2
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.2
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.2
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.2
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.2
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.1
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.0
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.9
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.8

Source: From "Tables of Percentage Points of the Inverted Beta ( $F$ )-Distribution," by Maxine Merrington and Catherine M. Thompson, *Biometrika* 33 (1943), 73-88. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.



Denominator Degrees of Freedom, $r_2$	Numerator Degrees of Freedom, $r_1$									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
$\infty$	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

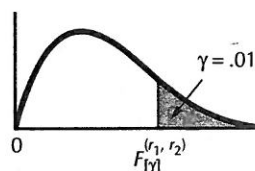
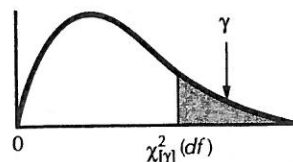


TABLE A4 An F-Table: Values of  $F_{[.01]}$

Denominator Degrees of Freedom, $r_2$	Numerator Degrees of Freedom, $r_1$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.50
$\infty$	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41

Source: From "Tables of Percentage Points of the inverted Beta ( $F$ )-Distribution," by Maxine Merrington and Cathrine M. Thompson, *Biometrika* 33 (1943), 73-88. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.

Denominator Degrees of Freedom, $r_2$	Numerator Degrees of Freedom, $r_1$									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	99.49	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17
26	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
27	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10
28	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
29	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03
30	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
$\infty$	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00



**TABLE A7 A Chi-Square Table: Values of  $\chi^2_{(Y)}(df)$**

<i>df</i>	$\chi^2_{[.995]}(df)$	$\chi^2_{[.99]}(df)$	$\chi^2_{[.975]}(df)$	$\chi^2_{[.95]}(df)$	$\chi^2_{[.90]}(df)$	$\chi^2_{[.1]}(df)$
1	.0000393	.0001571	.0009821	.0039321	.0157908	2.70
2	.0100251	.0201007	.0506356	.102587	.210720	4.60
3	.0717212	.114832	.215795	.341846	.584375	6.25
4	.206990	.297110	.484419	.710721	.663623	7.78
5	.411740	.554300	.831211	1.145476	1.61031	9.24
6	.675727	.872085	1.237347	1.63539	2.20413	10.59
7	.989265	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311	12.02
8	1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	3.48954	13.36
9	1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	4.16816	14.68
10	2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	15.99
11	2.60321	3.05347	3.81575	4.57481	5.57779	17.28
12	3.07382	3.57056	4.40379	5.22603	6.30380	18.55
13	3.56503	4.10691	5.00874	5.89186	7.04150	19.81
14	4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	7.78953	21.06
15	4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	8.54675	22.31
16	5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	9.31223	23.54
17	5.69724	6.40776	7.56418	8.67176	10.0852	24.77
18	6.26481	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	25.99
19	6.84398	7.63273	8.90655	10.1170	11.6509	27.20
20	7.43386	8.26040	9.59083	10.8508	12.4426	28.41
21	8.03366	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396	29.62
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	30.81
23	9.26042	10.19567	11.6885	13.0905	14.8479	32.01
24	9.88623	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	33.20
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	34.38
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919	35.56
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	36.75
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392	37.93
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	39.12
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992	40.29
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505	51.80
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886	63.17
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589	74.20
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290	85.02
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	95.02
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912	105.21
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581	115.49

Source: From "Tables of the Percentage Points of the  $\chi^2$ -Distribution," by Catherine M. Thompson, *Biometrika* 32 (1941), 188-189. Reproduced by permission of the *Biometrika* Trustees.

$\chi^2_{[.10]}(df)$	$\chi^2_{[.05]}(df)$	$\chi^2_{[.025]}(df)$	$\chi^2_{[.01]}(df)$	$\chi^2_{[.005]}(df)$	$df$
2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944	1
4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966	2
6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381	3
7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602	4
9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496	5
10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476	6
12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777	7
13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550	8
14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893	9
15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882	10
17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569	11
18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995	12
19.8119	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194	13
21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193	14
22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013	15
23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672	16
24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185	17
25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564	18
27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822	19
28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968	20
29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010	21
30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956	22
32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813	23
33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585	24
34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278	25
35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899	26
36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449	27
37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933	28
39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356	29
40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720	30
51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659	40
63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900	50
74.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517	60
85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215	70
96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321	80
107.565	113.145	118.136	124.116	128.299	90
118.498	124.342	129.561	135.807	140.169	100