

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet



Datum för tentamen	2019-08-12
Sal (1)	TER2(1)
Tid	8-12
Utb. kod	732G20
Modul	TEN1
Utb. kodnamn/benämning Modulnamn/benämning	Statistisk teori I Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	6
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Lotta Hallberg, nås endast på telefon
Telefon under skrivtiden	013-281657
Besöker salen ca klockan	
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Erika Larsson, 013281868, erika.larsson@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flikar för kapitel/avsnitt.
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I STATISTISK TEORI I, 2019-08-12

Skrivtid:	kl: 8-12
Hjälpmedel:	Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flärpar för kapitel/avsnitt
Jourhavande lärare:	Lotta Hallberg
Betygsgränser:	För godkänt krävs minst 12 av 20 poäng och för väl godkänt krävs minst 16 av 20 poäng.

Redovisa och motivera kort alla dina lösningar

1

Anta att Anna går till en viss busshållplats utan att titta på turlistan. Hon vet att bussen kommer med jämna tidsintervall. Vid 15 slumpmässiga tillfällen noterar hon hur många minuter hon får vänta på bussen.

Resultat: 8,3 2,1 7,4 0,1 3,7 2,8 8,5 6,6 0,1 8,8 13,7 2,3 0,3 6,2 12,2 minuter.

- Skatta med vilket tidsintervall bussen kommer genom att använda momentmetoden (Method of moments). Avrunda resultatet till hela minuter. 2p
- Skatta med vilket tidsintervall bussen kommer genom att använda maximum likelihoodmetoden. Avrunda resultatet till hela minuter. 2p

2

Låt slumpvariabeln X ha täthetsfunktion $f(x) = \frac{x}{50}$ då $0 < x < 10$. Annars är tätheten 0.

Beräkna:

- Väntevärdet för X 1p
- Medianen för X 1p
- Typvärdet (mode) för X 1p

3

Låt slumpvariablerna X och Y vara oberoende och normalfördelade.

$$E[X] = 0 \quad \text{Var}[X] = 1 \quad E[Y] = 5 \quad \text{Var}[Y] = 2$$

Bestäm fördelningen för $10X + Y$ med hjälp av momentgenererande funktion. 3p

4

Låt slumpvariabeln $X \sim \text{Poi}(\mu)$. Ett stickprov av storlek n drogs från X och medelvärdet i stickprovet betecknas \bar{X}_n . Bestäm hur stor stickprovsstorlek som krävs för att olikheten nedan ska gälla. Tips: ta hjälp av Chebyshevs olikhet

$$P(-2\sqrt{\mu} < \bar{X}_n - \mu < 2\sqrt{\mu}) \geq 0,95 \quad 2p$$

5

Nu ska vi studera livslängder. Anta att X är livslängden hos en vital del i en kaffeautomat. X antas vara $gamma(3, \beta)$.

Ett stickprov om $n = 70$ delar sätts på prov. Resultat: $\sum_{i=1}^{70} x_i = 139,58$

- a) Visa att Fisher-informationen är $\frac{3n}{\beta^2}$ 2p

Anta att man vill pröva hypoteserna:

$H_0: \beta \geq 2$ mot $H_1: \beta < 2$

- b) Beräkna ett 90% uppåt begränsat konfidensintervall för β med hjälp av hjälp av ML-skattningars asymptotiska egenskaper. Använd detta intervall för att testa hypoteserna. 3p
- c) Anta nu att β ska skattas med Bayes metod. Anta då att β har täthetsfunktion

$$f(\beta) = 3e^{-3\beta}, \quad \beta > 0.$$

Skatta β med Bayes metod (Kvadratisk förlustfunktion) 3p

6

Jag har x bonuspoäng. Ange x.

xp