

# Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet



Datum för tentamen	2019-04-16
Sal (1)	<u>TER1(13)</u>
Tid	8-12
Utb. kod	732G20
Modul	TEN1
Utb. kodnamn/benämning Modulnamn/benämning	Statistisk teori I Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	7
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Jose M. Peña. Examinator. Nås vid telefon 0700895280 Bertil Wegmann. Jourhavande lärare. Besöker lokalen kl 9.30
Telefon under skrivtiden	0700895280
Besöker salen ca klockan	Ca kl 9.30
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Erika Larsson, 013281868, erika.larsson@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flikar för kapitel/avsnitt.
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

**732G20 STATISTISK TEORI I**

**TENTAMEN 2019-04-16 KL 8-12**

**LÄRARE**

Jose M. Peña. Examinator. Nås vid telefon.  
Bertil Wegmann. Jourhavande lärare. Besöker lokalen.

**BETYGSGRÄNSER**

För godkänt krävs minst 12 av 20 poäng och för väl godkänt krävs minst 16 av 20 poäng.  
Redovisa och motivera kort alla dina lösningar.

**HJÄLPMEDEL**

Räknedosa.  
Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flärpar för kapitel/avsnitt.

## UPPGIFTER

- (1) Ett program består av kodblock 1 och kodblock 2. Kodblock 1 har en bugg med sannolikhet 0.2, och kodblock 2 har en bugg med sannolikhet 0.4 oberoende av kodblock 1. Om det finns ingen bugg i kodblock 1 eller 2, då kraschar programmet med sannolikhet 0. Om det finns en bugg bara i kodblock 1, då kraschar programmet med sannolikhet 0.5. Om det finns en bugg bara i kodblock 2, då kraschar programmet med sannolikhet 0.8. Om det finns en bugg i båda kodblock 1 och 2, då kraschar programmet med sannolikhet 0.9. Anta att programmet har kraschat. Beräkna sannolikheten att det finns en bugg i båda kodblock 1 och 2. (4 p)

**Hjälp:** Definiera de händelserna  $A = \{\text{bugg i kodblock 1}\}$ ,  $B = \{\text{bugg i kodblock 2}\}$ , och  $C = \{\text{krasch}\}$ , och tillämpa Bayes sats och lagen om total sannolikhet. Obs. att  $A$  och  $B$  är oberoende, och då också  $A$  och  $B^c$  (komplementen av  $B$ ), och  $A^c$  och  $B$ , och  $A^c$  och  $B^c$ .

- (2) Operativsystemet A kraschar 0.5 gånger per år i genomsnitt, medan operativsystemet B kraschar en gång per år i genomsnitt. Båda systemen är lika populära.
- (a) En dator har inte kraschat i det senaste året. Beräkna sannolikheten att datorn kör operativsystemet A. (2 p)
- (b) Efter tre år, datorn har kraschat bara en gång. Beräkna igen sannolikheten att datorn kör operativsystemet A. (2 p)

**Hjälp:** Välj rätt modell, dvs Bernoulli, Binomial, Poisson, osv.

- (3) Slumpvariabeln  $X$  är normalfördelad med  $E(X) = -3$  och  $var(X) = 4$ . Beräkna
- (a)  $p(X = -3)$ . (0.5 p)
- (b)  $p(X \leq 2.4)$ . (0.5 p)
- (c)  $p(-2.4 < X < 2.4)$ . (1 p)
- (d) värdet  $x$  så att  $p(X > x) = 0.33$ . (1 p)

- (4) Låt  $X$  vara en  $Gamma(\alpha, \beta)$  slumpvariabel. Härled fördelningen för slumpvariabeln  $Y = cX$ , där  $c$  är en positiv konstant. Identifiera vilken fördelning det är. (3 p)

- (5) Låt  $X_1, \dots, X_n$  vara oberoende och likafördelade  $Binomial(4, p)$  slumpvariabler och anta vidare att apriorifördelningen för  $p$  är  $Beta(\alpha, \beta)$ .

- (a) Härled aposteriorifördelningen för  $p$ . (2 p)
- (b) Beräkna aposterioriväntevärdet för  $p$ . (1 p)
- (c) Ett 95 % highest posterior density (HPD) intervall är ett Bayesianskt osäkerhetsintervall för en parameter  $p$  som innehåller de värden på parametern som har högst aposterioritet, och där sannolikheten att  $p$  tillhör intervallet är 0.95. Beräkna ett HPD intervall för  $p$  givet  $n = 2$ ,  $\alpha = \beta = 1$  och  $\sum_{i=1}^n x_i = 8$ . (2 p)

**Hjälp:**  $\Gamma(n + 1) = n!$  för icke-negativt heltal  $n$ . Obs. att uppgiften inte handlar om konfidensintervall.

- (6) Svara kort på de följande frågorna.
- (a) Vad är ett konfidensintervall? (0.5 p)
- (b) Vad är skillnaden mellan Bayesiansk och frekventistisk inferens? (0.5 p)

- (7) Jag har  $x$  bonuspoäng. Ange  $x$ . (x p)