

TENTAMEN I STATISTISK TEORI I, 2018-10-26

- Skrivtid:** kl: 14-18
Hjälpmedel: Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flärpar för kapitel/avsnitt
Jourhavande lärare: Lotta Hallberg
Betygsgränser: För godkänt krävs minst 12 av 20 poäng och för väl godkänt krävs minst 16 av 20 poäng.

Redovisa och motivera kort alla dina lösningar

1

Anta att Anna går till en viss busshållplats utan att titta på turlistan. Hon vet att bussen kommer med jämna tidsintervall. Vid 15 slumpmässiga tillfällen noterar hon hur många minuter hon får vänta på bussen.

Resultat: 8,3 2,1 7,4 0,1 3,7 2,8 8,5 6,6 0,1 8,8 13,7 2,3 0,3 6,2 12,2 minuter.

- Skatta med vilket tidsintervall bussen kommer genom att använda momentmetoden (Method of moments). Avrunda resultatet till hela minuter. 2p
- Skatta med vilket tidsintervall bussen kommer genom att använda maximum likelihoodmetoden. Avrunda resultatet till hela minuter. 2p

2

Låt slumpvariablerna X och Y ha täthetsfunktion $f(x, y) = x + y$, $0 < x < 1$, $0 < y < 1$.

- Beräkna väntevärde och median till X . 3p
- Beräkna variansen till X 1p
- Beräkna kovariansen mellan X och Y . 2p

3

Låt slumpvariablerna X och Y vara oberoende och normalfördelade.

$$E[X] = 0 \quad Var[X] = 1 \quad E[Y] = 5 \quad Var[Y] = 2$$

Bestäm fördelningen för $5X + 2Y$ med hjälp av momentgenererande funktion. 3p

4

Låt slumpvariabeln $X \sim Poi(\mu)$. Ett stickprov av storlek n drogs från X och medelvärdet i stickprovet betecknas \bar{X}_n . Bestäm hur stor stickprovsstorlek som krävs för att olikheten nedan ska gälla. Tips: ta hjälp av Chebyshevs olikhet

$$P(-2\sqrt{\mu} < \bar{X}_n - \mu < 2\sqrt{\mu}) \geq 0,95 \quad 2p$$

5

Låt slumpvariabeln X vara antalet fallolyckor för äldre personer. X kan antas vara Poisson-fördelad med väntevärde μ . Antalet fallolyckor har legat på genomsnitt 1 i månaden för den aktuella åldersgruppen men man har på sista året sett en tendens till ökning. Därför vill man testa hypoteserna:

$$H_0: \mu = 1 \quad \text{mot} \quad H_1: \mu > 1$$

Ett stickprov av storlek 50 drogs. Resultatet blev $\sum_{i=1}^{50} X_i = 54$ dvs totala antalet fall bland de 50 är 54 fall.

a) Använd ML-skattningars asymptotiska egenskaper för att testa hypoteserna ovan.

Dvs anta att $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{1}{I_n(\mu)}\right)$ Använd signifikansnivå 5%. 2p

b) Beräkna det approximativa p-värdet för testet 1p

c) Beräkna den approximativa styrkan i testet då $\mu = 1,2$ 2p

6

Jag har x bonuspoäng. Ange x.

xp